

מבחן בסיבוכיות

14.03.2014 מועד ב' סמסטר א' 2013-2014

מרצה: פרופ' מולי ספרא

מתרגל: גיל תמיר

זמן המבחן: 3 שעות.

במבחן זה ישנם שלושה חלקים.

- בחלק הראשון 8 שאלות, כל אחת שווה 5 נקודות. סה"כ חלק זה שווה 40 נקודות.
- בחלק השני 4 שאלות, כל אחת שווה 10 נקודות. סה"כ חלק זה שווה 40 נקודות.
- בחלק השלישי 2 שאלות, כל אחת שווה 10 נקודות. סה"כ חלק זה שווה 20 נקודות. (שימו לב להנחיות נוספות לגבי הניקוד בתחילת החלק השלישי)

הציון המקסימלי האפשרי בבחינה כולה הוא 100.

בכל שאלה יש לכתוב תשובה נכונה, בהתאם להנחיות השאלה.

במבחן ניתן להשתמש, אלא אם כן מצוין אחרת, בכל המשפטים שהוכחו בכיתה, ובפרט בחסמים הבאים על משתנים מקריים:

מרקוב: $\Pr_x[f(x) \geq k] \leq \frac{E_x[f(x)]}{k}$, כאשר $k \geq 0$ ולכל x , $f(x) \geq 0$.

צ'בישב: $\Pr_x[|f(x) - E_y[f(y)]| \geq k] \leq \frac{\text{Var}_x[f(x)]}{k^2}$.

צ'רנוף: $\Pr[\sum_i X_i > (1 + \delta) \cdot E[\sum_i X_i]] \leq \left(\frac{e^\delta}{(1+\delta)^{1+\delta}}\right)^{E[\sum_i X_i]}$, כאשר $X_i \in [0,1]$ מ"מ ב"ת.

בהצלחה!

חלק ראשון

בחלק זה 8 שאלות. כל שאלה שווה 5 נקודות. סה"כ חלק זה שווה 40 נקודות.

שאלה 1:

נתונה המחלקה C :

$\{L \mid L \text{ a language, } \exists \text{ non deterministic TM } M, \text{ constants } c_1, c_2 \text{ s. t.}$

$x \in L \Leftrightarrow (M(x) = \text{reject or } M(x) \text{ doesn't terminate after } c_1|x|^{c_2} \text{ steps}) \}$

באיזה מחלקה מוכלת C ?

רשמו את מספר התשובה בעלת המספר הנמוך ביותר מבין האפשריות:

שאלה 2:

נתון ש $NP = PSPACE$

איזו טענה נובעת?

רשמו את מספר התשובה בעלת המספר הנמוך ביותר מבין האפשריות:

שאלה 3:

נתון ש $NSPACE(\sqrt{n}) \subseteq DTIME(n^2)$

איזו טענה נובעת?

רשמו את מספר התשובה בעלת המספר הנמוך ביותר מבין האפשריות:

שאלה 4:

 $NL \neq RL$ נתון ש

איזו טענה נובעת?

רשמו את מספר התשובה בעלת המספר הנמוך ביותר מבין האפשריות:

שאלה 5:

נגדיר את השפה $AT-MOST-4SAT$:

$\{\varphi \mid \varphi \text{ a 4-CNF formula with at most 4 satisfying assignments}\}$

באיזה מחלקה נמצאת $AT-MOST-4SAT$?

רשמו את מספר התשובה בעלת המספר הנמוך ביותר מבין האפשריות:

שאלה 6:

נגדיר את בעיית המקסימיזציה $MAX-2-COL-TRIANGLES$:

Given graph G , find maximal α such that the vertices of G can be colored by Red or Blue such that α of the triangles in G are not monochromatic

עבור איזה פער בעיית $gap-MAX-2-COL-TRIANGLES$ פתירה בזמן לוגריתמי?

רשמו את מספר התשובה בעלת המספר הנמוך ביותר מבין האפשריות:

שאלה 7:

נגדיר את השפה $k-CONN-DISTINCT(c)$:

$\{G, s, k \mid G = (V, E) \text{ a directed graph, there exist exactly } k \text{ vertices in } V$

where each is reachable from s by exactly 2014 distinct paths}

באיזה מחלקה נמצאת $k-CONN-DISTINCT(c)$?

רשמו את מספר התשובה בעלת המספר הנמוך ביותר מבין האפשריות:

ת"ז _____

מספר סידורי _____

שאלה 8:

באיזה סיבוכיות זמן/מקום הקטנה ביותר ניתן להכריע את $gap-E2SAT[2^{-n}, 1 - 2^{-n}]$?

שימו לב זו אינה שאלת בחירה מרובה, אך אין צורת לרשום הוכחה.

חלק שני

בחלק זה 4 שאלות. כל שאלה שווה 10 נקודות. סה"כ חלק זה שווה 40 נקודות.

שאלה 1:

עבור שדה Q בגודל q , $H \subseteq Q$ ו $k \leq |H|$ נגדיר קוד:

$$RS_{q,k,H} = \{f_{\downarrow H} \mid f \in RS_{q,k}\}$$

כאשר $f_{\downarrow H} \in Q^H$ זאת הפונקציה f מצומצמת לתחום H .

תהי H קבוצת כל האברים שיש להם שורש ריבועי בשדה Q .

בטאו בעזרת $|H|, k, q$ את אורך הבלוק, הקצב, המרחק, וגודל האלפבית של $RS_{q,k,H}$.

שימו לב זו אינה שאלת בחירה מרובה, אך אין צורת לרשום הוכחה.

אורך בלוק: קצב: מרחק: גודל א"ב:

בהמשך המבחן נתייחס להגדרות הבאות:

- יהי G גרף לא מכוון, נאמר ש G הוא k -partite אם קיימת חלוקה של הקודקודים ל k קבוצות, כאשר כל קבוצה היא בעצמה בלתי תלוייה.
- יהי G גרף לא מכוון, נאמר ש G הוא k -complete-partite אם קיימת חלוקה של הקודקודים ל k קבוצות, כאשר כל קבוצה היא בעצמה בלתי תלוייה, וכל קודקוד מחובר לכל הקודקודים שאינם בקבוצה שלו.
- יהיו G, H גרפים. נאמר ש G הוא ϵ -close ל H אם ניתן לקבל את H מ G ע"י הסרה או הוספה של לכל היותר חלק יחסי ϵ מקשתות G .

שאלה 2:

נגדיר את השפה $CYCLE-COVER'$:
$$\{G \mid G = (V, E) \text{ a graph, } |E| \leq |V| + 2014,$$

$$V \text{ can be covered by } \textit{vertex-disjoint cycles}\}$$
באיזה מחלקה נמצאת $CYCLE-COVER'$?

רשמו את מספר התשובה בעלת המספר הנמוך ביותר מבין האפשריות:

שאלה 3:

לכל $0 \leq \epsilon \leq 0.001$ קבוע, נגדיר את בעיית המינימיזציה $k-COMplete-PARTITE(\epsilon)$:

Given graph G , find minimal k such that G is $\frac{\epsilon}{k}$ -close to a k -complete-partite graph

באיזה סיבוכיות זמן/מקום הקטנה ביותר ניתן לפתור את

$$? \textit{gap-k-COMplete-PARTITE}(\epsilon) \left[3, \frac{|V|}{2014}\right]$$

שימו לב זו אינה שאלת בחירה מרובה, אך אין צורת לרשום הוכחה.

שאלה 4:

נגדיר את השפה $DEG-PARTITE$:
$$\{G \mid G = (V, E) \text{ a graph, } G \text{ is a } 3\text{-partite graph,}$$

$$|E| \leq |\{v \in V \mid \textit{degree}(v) \geq 2\}|\}$$
באיזה מחלקה נמצאת $DEG-PARTITE$?

רשמו את מספר התשובה בעלת המספר הנמוך ביותר מבין האפשריות:

חלק שלישי

בחלק זה 2 שאלות. כל שאלה שווה 10 נקודות. סה"כ חלק זה שווה 20 נקודות.

- כתיבת "לא יודע" בצורה ברורה במקום פתרון תזכה ב 2 מתוך 10 נקודות לשאלה.
- מעבר לכך, הוספת בדיחה (טובה!) תזכה בנקודה נוספת לשאלה.
- עבור שתי השאלות בחלק זה, ניקוד השאלה עם הציון הגבוה ישוקלל ביחס 1.5, וניקוד השאלה עם הציון הנמוך ישוקלל ביחס 0.5.

שאלה 1:

נגדיר את השפה $IS-PARTITE$:

$\{G, \epsilon \mid G = (V, E) \text{ a graph, } G \text{ is } \epsilon\text{-close to a 3-partite graph,}$

$\text{there exists an IS } S, |S| \geq \frac{|V|}{2}, \forall v \in S \text{ degree}(v) \geq \frac{|V|}{2}\}$

- (a) באיזה מחלקה נמצאת $IS-PARTITE$? הוכיחו את תשובתכם.
- (b) תארו אלגוריתם פולינומיאלי המכריע את $IS-PARTITE$, או מקרב אותה בצורה הטובה ביותר (ביחס ל ϵ).

A large empty rectangular box with a thin black border, occupying most of the page. It is intended for the main content of the document.

שאלה 2:

נגדיר את השפה *CYCLE-COVER*: $\{G \mid G = (V, E) \text{ a graph,}$ there exists a partition of E to cycles that covers $V\}$ באיזה מחלקה נמצאת *CYCLE-COVER*? הוכיחו את תשובתכם.

