

Complexity Recitation 8

Midterm

Answer (HW04Q4)

Recall $PATH(s, t, d)$

- returns *true* iff \exists d -length path from s to t
- runs in $O(\log|V| \cdot \log(d))$ space.

$\forall u, v$ s.t. $u \neq v, \forall i \in \{1, \dots, \log^2(|V|)\}$

run $PATH(u, v, i)$.

if $\exists u, v$ with all results *false*, *reject*.

if $\forall u, v$ exists *true* for $i < \log^2(|V|)$, *reject*.

otherwise, *accept*.

$$O(\log(n) \cdot \log(\log^2(n))) = \\ O(\log(n) \cdot \log(\log(n))) \text{ space}$$

המרחק בין קודקוד u לקודקוד v בגרף מכוון וקשיר G מוגדר ע"י:

$$distance(u, v) = \min\{k \in \mathbb{N} \mid \text{exists in } G \text{ a path of length } k \text{ from } u \text{ to } v\}$$

הקוטר של גרף מכוון וקשיר G מוגדר ע"י:

$$diam(G) = \max\{distance(u, v) \mid u, v \in V(G)\}$$

נגדיר שפה

$$L = \{G \mid G \text{ a connected directed graph, } diam(G) = \log^2 |V(G)|\}$$

עבור איזו פונקציית סיבוכיות מתקיים $?L \in DSPACE[g(n)]$

סמנו את התשובה עם המספר הנמוך ביותר מבין התשובות הנכונות.

1. $f(n) = \log(\log(n))$

2. $f(n) = \log^2(\log(n))$

3. $f(n) = \log(n)$

4. $f(n) = \log(n) \cdot \log(\log(n))$

5. $f(n) = \log(n) \cdot \log^2(\log(n))$

6. קיים $k \in \mathbb{N}$ כ"ש $f(n) = \log(n) \cdot \log^k(\log(n))$

7. $f(n) = \log^2(n)$

8. קיים $k \in \mathbb{N}$ כ"ש $f(n) = \log^k(n)$

9. $f(n) = n \cdot \log(n)$

10. $f(n) = n^2$

11. קיים $k \in \mathbb{N}$ כ"ש $f(n) = n^k$

12. $f(n) = 2^n$

13. קיים $k \in \mathbb{N}$ כ"ש $f(n) = k^n$

14. קיים $k \in \mathbb{N}$ כ"ש $f(n) = 2^{n^k}$

15. אף אחת מהפונקציות הנ"ל.

Midterm

Answer Padding argument, $e(n) = 2^{n^k}$.

$$DTIME(n) \subseteq NSPACE[\log^2(n)]$$

$$\Rightarrow DTIME(2^{n^k}) \subseteq NSPACE[\log^2(2^{n^k})]$$

$$\Rightarrow DTIME(2^{n^k}) \subseteq NSPACE[n^{2k}]$$

$$\Rightarrow EXPTIME \subseteq NPSPACE$$

$$\Rightarrow EXPTIME \subseteq PSPACE$$

נתון ש $DTIME[n] \subseteq NSPACE[\log^2(n)]$.

איזו טענה נובעת?

סמנו את התשובה עם המספר הנמוך ביותר מבין התשובות הנכונות.

$$NL \subseteq L \quad .1$$

$$P \subseteq NL \quad .2$$

$$NP \subseteq P \quad .3$$

$$NP = coNP \quad .4$$

$$PSPACE \subseteq NP \quad .5$$

$$EXPTIME \subseteq PSPACE \quad .6$$

$$NEXP \subseteq EXP \quad .7$$

$$EXP \neq NEXP \quad .8$$

$$PSPACE \neq EXPTIME \quad .9$$

$$NP \neq coNP \quad .10$$

$$P \neq NP \quad .11$$

$$NP \neq PSPACE \quad .12$$

$$NL \neq P \quad .13$$

$$L \neq NL \quad .14$$

.15 הטענה ידועה להיות נכונה,

לכן שום טענה חדשה אינה

נובעת ממנה.

Midterm

Answer *coNPC* problem in *NP*.

$MAXCUT \in NPC$

$\Rightarrow \overline{MAXCUT} \in coNPC$

$\overline{MAXCUT} \in NP$,

NP closed under \leq_p

$\Rightarrow coNP \subseteq NP$

$NP = \{\bar{L} \mid L \in coNP\} \subseteq \{\bar{L} \mid L \in NP\} = coNP$

$\Rightarrow NP = coNP$

ניזכר בהגדרה

$MAXCUT = \{G, k \mid G \text{ a graph, exists in } G \text{ a cut of size } \geq k\}$

נתון שקיים אלגוריתם לא דטרמיניסטי הפותר בזמן פולינומיאלי את בעיית \overline{MAXCUT} .

איזו טענה נובעת?

סמנו את התשובה עם המספר הנמוך ביותר מבין התשובות הנכונות.

$NL \subseteq L$.1

$P \subseteq NL$.2

$NP \subseteq P$.3

$NP = coNP$.4

$PSPACE \subseteq NP$.5

$EXPTIME \subseteq PSPACE$.6

$NEXP \subseteq EXP$.7

$EXP \neq NEXP$.8

$PSPACE \neq EXPTIME$.9

$NP \neq coNP$.10

$P \neq NP$.11

$NP \neq PSPACE$.12

$NL \neq P$.13

$L \neq NL$.14

.15 הטענה ידועה להיות נכונה,

לכן שום טענה חדשה אינה

נובעת ממנה.

Midterm

Answer (HW03Q3, REC04)

verify in logspace that witness is $(k + 1)$ increasing index vertices, each followed by a witness showing it isn't strongly-connected to lower index vertices.

$x \in L$: if the witness is the minimal vertex from each SCC , each with it's non-strong-connectivity witness, the verifier *accepts*.

$x \notin L$: for any witness, if $< (k + 1)$ diff vertices, the verifier *rejects*. Otherwise two vertices are from the same SCC , so one of them is strongly-connected to a lower index vertex, and the verifier *rejects*.

$STCONN \leq_L L$ by $E \rightarrow E \cup \{(*, s)\} \cup \{(t, *)\}$.

נגדיר שפה

$L = \{G, k \mid G \text{ a directed graph with } > k \text{ strongly connected components}\}$

באיזה מחלקה נמצאת L ?

סמנו את התשובה עם המספר הנמוך ביותר מבין התשובות הנכונות.

L	.1
NL	.2
P	.3
NPC	.4
$coNPC$.5
$NP - Hard$.6
$NP \cap coNP$.7
NP	.8
$coNP$.9
$PSPACE$.10
EXP	.11
$NEXP$.12
אף אחת	.13

מהמחלקות הנ"ל.

Midterm

Answer $NL = coNL$.

\bar{L} = the language from the previous question

$\bar{L} \in NL$

$\Leftrightarrow \bar{L} \in coNL$

$\Leftrightarrow L \in NL$

נגדיר שפה

$L = \{G, k \mid G \text{ a directed graph with } \leq k \text{ strongly connected components}\}$

באיזה מחלקה נמצאת L ?

סמנו את התשובה עם המספר הנמוך ביותר מבין התשובות הנכונות.

- L .1
 - NL .2
 - P .3
 - NPC .4
 - $coNPC$.5
 - $NP - \text{Hard}$.6
 - $NP \cap coNP$.7
 - NP .8
 - $coNP$.9
 - $PSPACE$.10
 - EXP .11
 - $NEXP$.12
 - אף אחת .13
- מהמחלקות הנ"ל.

Midterm

Answer *gap-preserving* reductions.

$$\text{gap-}CLIQUE[\alpha, \beta] \leq_g \text{gap-IS}[\alpha, \beta],$$

$$\text{gap-}CLIQUE\left[\frac{1}{100}, \frac{49}{100}\right] \in NP\text{-Hard}$$

$$\Rightarrow \text{gap-IS}\left[\frac{1}{100}, \frac{49}{100}\right] \in NP\text{-Hard}$$

$$\text{gap-IS}[\alpha, \beta] \leq_g \text{gap-}VC[1 - \beta, 1 - \alpha],$$

$$\text{gap-IS}\left[\frac{1}{100}, \frac{49}{100}\right] \in NP\text{-Hard}$$

$$\Rightarrow \text{gap-}VC\left[\frac{51}{100}, \frac{99}{100}\right] \in NP\text{-Hard}$$

נתון שבעיית $gap-CLIQUE\left[\frac{1}{100}, \frac{49}{100}\right]$ היא $NP\text{-Hard}$.

עבור איזה פער בעיית $gap-VC$ היא $NP\text{-Hard}$?

סמנו את התשובה עם המספר הנמוך ביותר מבין התשובות הנכונות.

1. $\left[\frac{1}{2}, 1\right]$

2. $\left[\frac{51}{100}, 1\right]$

3. $\left[\frac{8}{10}, 1\right]$

4. $\left[\frac{49}{100}, \frac{99}{100}\right]$

5. $\left[\frac{1}{2}, \frac{99}{100}\right]$

6. $\left[\frac{51}{100}, \frac{99}{100}\right]$

7. $\left[\frac{1}{10}, \frac{9}{10}\right]$

8. $\left[\frac{1}{8}, \frac{9}{10}\right]$

9. $\left[\frac{49}{100}, \frac{9}{10}\right]$

10. $\left[\frac{1}{2}, \frac{9}{10}\right]$

11. $\left[\frac{51}{100}, \frac{9}{10}\right]$

12. $\left[\frac{1}{10}, \frac{1}{2}\right]$

13. $\left[\frac{1}{4}, \frac{1}{2}\right]$

14. $\left[\frac{49}{100}, \frac{1}{2}\right]$

15. אף אחד מהפערים הנ"ל.

Midterm

Answer CSG_V gap amplification.

$$\text{gap-}kCSG_V[\alpha, \beta] \leq_g \text{gap-}k^l CSG_V[\alpha^l, \beta^l],$$

$$\text{gap-}4CSG_V\left[\frac{1}{2}, \frac{99}{100}\right] \in NP\text{-Hard}$$

$$\Rightarrow \text{gap-}4^3 CSG_V\left[\left(\frac{1}{2}\right)^3, \left(\frac{99}{100}\right)^3\right] \in NP\text{-Hard}$$

$$\Rightarrow \text{gap-}64CSG_V\left[\frac{1}{8}, \frac{97}{100}\right] \in NP\text{-Hard}$$

$$\Rightarrow \text{gap-}64CSG_V\left[\frac{1}{8}, \frac{9}{10}\right] \in NP\text{-Hard}$$

נתון שבעיית $gap - 4CSG_V\left[\frac{1}{2}, \frac{99}{100}\right]$ היא $NP - Hard$.

עבור איזה פער בעיית $gap - 64CSG_V$ היא $NP - Hard$?

סמנו את התשובה עם המספר הנמוך ביותר מבין התשובות הנכונות.

1. $\left[\frac{1}{2}, 1\right]$

2. $\left[\frac{51}{100}, 1\right]$

3. $\left[\frac{8}{10}, 1\right]$

4. $\left[\frac{49}{100}, \frac{99}{100}\right]$

5. $\left[\frac{1}{2}, \frac{99}{100}\right]$

6. $\left[\frac{51}{100}, \frac{99}{100}\right]$

7. $\left[\frac{1}{10}, \frac{9}{10}\right]$

8. $\left[\frac{1}{8}, \frac{9}{10}\right]$

9. $\left[\frac{49}{100}, \frac{9}{10}\right]$

10. $\left[\frac{1}{2}, \frac{9}{10}\right]$

11. $\left[\frac{51}{100}, \frac{9}{10}\right]$

12. $\left[\frac{1}{10}, \frac{1}{2}\right]$

13. $\left[\frac{1}{4}, \frac{1}{2}\right]$

14. $\left[\frac{49}{100}, \frac{1}{2}\right]$

15. אף אחד מהפערים הנ"ל.

Midterm

Answer VC has a 2 approximation.

we saw a poly time 2 approximation for VC

$$\Rightarrow \forall \alpha, \beta \text{ s.t. } \frac{\beta}{\alpha} \geq 2,$$

$gap-VC[\alpha, \beta]$ is solvable in poly time.

עבור איזה פער בעיית $gap-VC$ פתירה בזמן פולינומיאלי?

סמנו את התשובה עם המספר הגבוה ביותר מבין התשובות הנכונות.

1. $[\frac{1}{2}, 1]$

2. $[\frac{51}{100}, 1]$

3. $[\frac{8}{10}, 1]$

4. $[\frac{49}{100}, \frac{99}{100}]$

5. $[\frac{1}{2}, \frac{99}{100}]$

6. $[\frac{51}{100}, \frac{99}{100}]$

7. $[\frac{1}{10}, \frac{9}{10}]$

8. $[\frac{1}{8}, \frac{9}{10}]$

9. $[\frac{49}{100}, \frac{9}{10}]$

10. $[\frac{1}{2}, \frac{9}{10}]$

11. $[\frac{51}{100}, \frac{9}{10}]$

12. $[\frac{1}{10}, \frac{1}{2}]$

13. $[\frac{1}{4}, \frac{1}{2}]$

14. $[\frac{49}{100}, \frac{1}{2}]$

15. אף אחד מהפערים הנ"ל.