

תוכנה 1

תרגיל מספר 6

הנחיות כלליות:

- קראו בעיון את קובץ נוהלי הגשת התרגילים אשר נמצא באתר הקורס.
- הגשת התרגיל תעשה במערכת ה VirtualTAU בלבד (<http://virtual2002.tau.ac.il/>).
- יש להגיש קובץ zip יחיד הנושא את שם המשתמש (לדוגמא, עבור המשתמש zvainer יקרא הקובץ zvainer.zip) קובץ ה zip יכול:
 - א. קובץ פרטים אישיים בשם details.txt המכיל את שמכם ומספר ת.ז. הזהות שלכם.
 - ב. קבצי ה java של התוכניות אותם התבקשתם לממש.
 - ג. קובץ טקסט עם העתק של כל קבצי ה java
 - ד. קובץ טקסט בשם answers עם התשובות לשאלות

(40%) חלק א: כתיבת מחלקות בהינתן תיאור של השירותים.

עליכם לממש מחלקה בשם DisjointSets המייצגת קבוצה S של $S = \{S_1, S_2, \dots, S_n\}$ disjoint sets כך שכל S_i הינה קבוצה של מספרים שלמים אי-שליליים, והחיתוך בין הקבוצות ריק
(http://en.wikipedia.org/wiki/Disjoint_sets). המחלקה תתמוך בשירותים הציבוריים הבאים:

```
/** Create a singleton set containing x (i.e. {x}) and add it
 * to this object.
 * @pre x is not in any of the sets Si
 * @post this == $prev(this) U {{x}}
 */
public void makeSet(int x);

/**
 * Return true if and only if x and y belong to the same
 * set in this object.
 * @pre x in Si, y in Sj
 * @return true iff i == j
 */
public boolean equiv(int x, int y);

/**
 * Find the different sets that x and y belongs to. Remove
 * the sets from this object and add their union
 * @pre x in Si , y in Sj , i != j
 * @post this = $prev(this) - {Si} - {Sj} U {Sij} where Sij := Si U
Sj
 */
public void joinSets(int x, int y);

/**
 * Return true if and only if x is in a set of this object
 * @pre true ("no precondition")
 * @return exists i such that x is in Si
 */
public boolean inASet(int x);
```

נממש את המחלקה ע"י ייצוג כל קבוצה S_i של S בתור עץ. כל צומת (הקשורה למספר שלם אי שלילי x) מצביעה להורה. בדרך זו, שורש של עץ מייצג בצורה ייחודית את הסט S_i . מערך בשם `parent` יכול להחזיק את כל המצביעים האלה. ספציפית, לכל מספר x , הערך של `parent[x]` הוא מספר צומת האב בעץ או -1 אם x לא שייך לאף סט S_i . שורש כל עץ מצביע לעצמו. אורך המערך צריך להיות גדול יותר מכל מספר x שנמצא כרגע בסט S_i כלשהוא. לפיכך, אם נוסיף מספר גדול יותר מהמקסימלי עד כה, נצטרך להחליף את המערך במערך חדש גדול יותר.

כל אובייקט של המחלקה `DisjointSets` מייצג קבוצה של קבוצות זרות, של שלמים אי-שליליים

$\{S_1, \dots, S_n\}$. ייצוג זה מוגדר פורמלית ע"י פונקצית העזר `r(x)`:

```
if parent[x] = -1 then r(x) = -1
else if parent[x] == x then r(x) = x
else r(x) = r(parent[x]) //recursive expression
```

כעת, נוכל להגדיר את המיפוי מ-`parent`, שדה של האובייקט, לקבוצה של קבוצות:
 $S(\text{this}) = \{S_1, S_2, \dots, S_n\}$ כך ש:

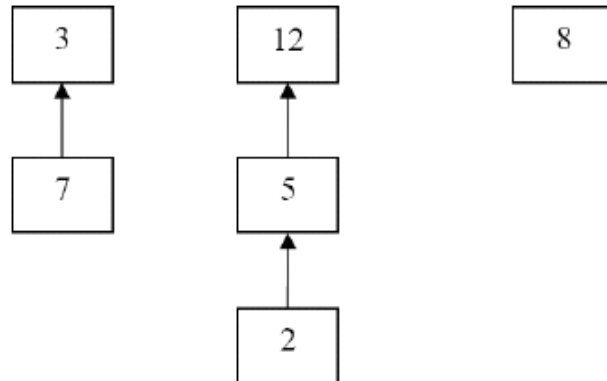
For all x , [for all i , $1 \leq i \leq n$, $x \notin S_i$] iff $[x \geq \text{parent.length or } \text{parent}[x] = -1]$

For all $0 \leq x, y \leq \text{parent.length}$, $x, y \in S_i$ (x and y are in the same set) iff $r(x) = r(y) \neq -1$

למשל, לאובייקט של `DisjointSets` כאשר מערך ה-`parent` הוא:

-1	-1	5	3	-1	12	-1	3	8	-1	-1	-1	12
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

העצים יהיו:

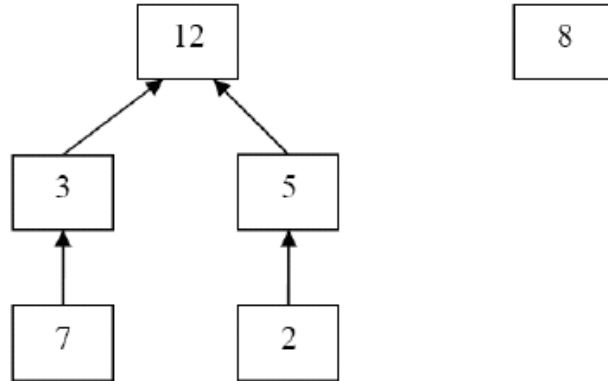


$S = \{ \{3,7\} \{12,5,2\} \{8\} \}$ ו-

אם נקרא ל- $\text{equiv}(3,5)$ false. אם נפעיל $\text{joinSets}(7,5)$ נקבל:

-1	-1	5	12	-1	12	-1	3	8	-1	-1	-1	12
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

העצים יהיו:



(הערה: ייתכן מבנה אחר לעץ השמאלי, אך הוא חייב להיות מורכב מאותם צמתים)
 $S = \{\{3,7,12,5,2\} \{8\}\}$

אם נפעיל כעת $\text{makeSet}(4)$ נקבל ש- $S = \{\{3,7,12,5,2\} \{8\} \{4\}\}$

המשימה:

ממשו את המחלקה DisjointSets בצורה יעילה תוך שימוש במערך parent (התבססו על התכנית החלקית מאתר הקורס). שימו לב שניתן להגדיר שירותי עזר (לדוגמא, אולי יעזור להגדיר פונקציה שמוודאת שמערך ה-parents ארוך מספיק להכיל את כל האיברים).

דגש: יש לממש לפי האלגוריתם הני"ל. אין להשתמש במבני נתונים קיימים של java כמו Set.

40% חלק ב:

שאלה זו עוסקת בתכנון ובהגדרת טיפוס נתונים עבור פולינום (polynomial – רב איבר) שמקדמיו שלמים.

- **פולינום** הוא ביטוי מהצורה: $c_0 + c_1x + c_2x^2 + c_3x^3 + \dots + c_nx^n$.
- c_0, c_1, \dots, c_n הם מספרים שלמים, והם נקראים **המקדמים** של הפולינום (coefficients).
- המעריך הגדול ביותר בפולינום (של איבר שהמקדם שלו אינו אפס) נקרא **הדרגה** (degree) של הפולינום.

לדוגמא: הביטוי $2x^3 - 5x^2 + 13$ הוא פולינום שדרגתו 3 ומקדמיו הם: 2, -5, 0, 13.

בהמשך התרגיל אתם מתבקשים לממש את המחלקה Polynomial.

להלן תזכורת מתמטית:

סכום של שני פולינומים הוא פולינום שהמקדמים שלו הינם סכומים של המקדמים המתאימים (לפי חזקות) של שני הפולינומים הנתונים. למשל, עבור $a(x) = 6x^3 + 3x^2 + 8$ ו- $b(x) = 2x^2 + 4x + 1$ נקבל:

$$a(x) + b(x) = 6x^3 + 5x^2 + 4x + 9$$

מכפלה של שני פולינומים הינה פולינום, אשר מתקבל כתוצאה של "פתיחת סוגריים" רגילה בביטוי:

$$a(x) \cdot b(x) = (a_nx^n + a_{n-1}x^{n-1} + \dots$$

לדוגמה, עבור $a(x) = 3x^2 + x + 2$ ו- $b(x) = x^3 + 4x$ נקבל:

$$\begin{aligned} a(x) \cdot b(x) &= (3x^2 + x + 2) \cdot (x^3 + 4x) = 3x^{2+3} + 3 \cdot 4x^{2+1} + x^{1+3} + 4x^{1+1} + 2x^3 + 8x = \\ &= 3x^5 + 12x^3 + x^4 + 4x^2 + 2x^3 + 8x = 3x^5 + x^4 + 14x^3 + 4x^2 + 8x. \end{aligned}$$

ובמקרה הכללי:

$$\begin{aligned} p(x) &= p_0 + p_1x + p_2x^2 + \dots + p_mx^m \\ q(x) &= q_0 + q_1x + q_2x^2 + \dots + q_nx^n \\ p(x)q(x) &= p_0q_0 + (p_0q_1 + p_1q_0)x + (p_0q_2 + p_1q_1 + p_2q_0)x^2 \\ &\quad + (p_0q_3 + p_1q_2 + p_2q_1 + p_3q_0)x^3 \\ &\quad + (p_0q_4 + p_1q_3 + p_2q_2 + p_3q_1 + p_4q_0)x^4 + \dots \\ &\quad + (p_0q_{n+m} + p_1q_{n+m-1} + p_2q_{n+m-2} \dots \\ &\quad \quad + p_{n+m-1}q_1 + p_{n+m}q_0)x^{n+m}. \end{aligned}$$

1. ממשו את המחלקה Polynomial. אם לצורך הגדרת המחלקה יש צורך בשרותי עזר נוספים, שדות, בנאים או טיפוסים חדשים ממשו גם אותם.

2. עבור כל שרות הוסיפו תיעוד של השרות במונחי **המצב המופשט** של הטיפוס כפי שמתואר בראש המנשק. את תשובותיכם מלאו במקום המיועד מעל לחתימת כל אחת מהשרותים.

3. מהי פונקציית ההפשטה של המימוש אותו בחרתם? השלימו את $AF(\text{this}) = \dots$ כהערה בראש המחלקה.

4. מהו משתמר הייצוג של המימוש אותו בחרתם? השלימו את @representation_inv:... כהערה בראש המחלקה.

5. הגדירו וממשו מחלקה TestPolynomial (בעלת פונקציית main):
- a. הגדירו מערך של פולינומים באורך ארבע ומלאו אותו בפולינומים (hard coded)
 - b. בקשו מהמשתמש (השתמשו במחלקה Scanner):
 - i. לבחור פולינום (לפי המיקום במערך)
 - ii. לבחור את אחת מהפעולות המוגדרות על פולינומים (degree, coeff, add,) (mul, sub, minus)
 - iii. לפי הפעולה, אם יש צורך, לבחור את הפולינום השני עליו תתבצע הפעולה (לפי המיקום במערך) או את הדרגה (עבור coeff)
 - c. חשבו את בקשת המשתמש והדפיסו את התוצאה למסך.
להלן דוגמת שימוש לתוכנית בדיקה אפשרית:

Please select the polynomial index (1-4):

1

Please select an action (degree, coeff, add, mul, sub, minus):

add

Please select another polynomial index (1-4):

2

Result: 2 + 3x + 5x²

Please select the polynomial index (1-4):

quit

```

/** פולינום מקובע (immutable) שמקדמיו שלמים
 * @abst:  $c_0 + c_1x + c_2x^2 + c_3x^3 + \dots + c_nx^n$ 
 *
 * AF(this) =
 *
 * @representation_invariant:
 *
 */
public class Polynomial {

    /** השרות מחזיר את דרגת הפולינום
     *
     * @abst:
     */
    public int degree ( ){
        // implementation missing...
    }

    /** d מעריך של האיבר של המקדם של האיבר עם מעריך d
     *
     * @abst:
     */
    public int coeff (int d){
        // implementation missing...
    }

    /** q השרות מחזיר את הסכום של הפולינום הנוכחי ושל הארגומנט q
     *
     * @abst:
     */
    public Polynomial add (Polynomial q){
        // implementation missing...
    }

    /** q השרות מחזיר את המכפלה של הפולינום הנוכחי ושל הארגומנט q
     *
     * @abst:
     */
    public Polynomial mul (Polynomial q){
        // implementation missing...
    }

    /** מחזיר את תוצאת חיסור q מהפולינום הנוכחי
     *
     * @abst:
     */
    public Polynomial sub (Polynomial q){
        // implementation missing...
    }

    /** מחזיר פולינום שמקדמיו נגדיים (מינוס) למקדמי הפולינום הנוכחי
     *
     * @abst:
     */
    public Polynomial minus ( ){
        // implementation missing...
    }

    /** מחזיר מחרוזת המתארת את הפולינום הנוכחי
     *
     * @abst:
     */
    public String toString ( ){
        // implementation missing...
    }
}

```

(20% חלק ג):

נדון במחלקות שמייצגות מספרים רציונאליים, כגון $1/3$ או $99/100$. תזכורת מתמטית קצרה: כדי לצמצם שברים צריך לחלק את המונה והמכנה בגורם המשותף הגדול ביותר (GCD באנגלית). למשל, הגורם המשותף הגדול ביותר של 42 ו-56 הוא 14, ולכן:

$$\frac{42}{56} = \frac{3 \cdot 14}{4 \cdot 14} = \frac{3}{4}$$

כדי לחבר או לחסר שברים, צריך למצוא את המכנה המשותף (LCM באנגלית). למשל, המכנה המשותף של 21 ו-6 הוא 42, ולכן:

$$\frac{2}{21} + \frac{1}{6} = \frac{4}{42} + \frac{7}{42} = \frac{11}{42}$$

- א. בין המתכנתים ביל ואומה התפתח ויכוח האם **טורם** לכתובת המחלקה המייצגת מספרים רציונאליים יש לכתוב **מנשק** המתאר את הפונקציונאליות של המחלקה. ביל טען כי המחלקה פשוטה דיה וכי אין הצדקה לתאר את אותו הדבר גם ע"י מנשק וגם ע"י מחלקה. ציינו 3 טיעונים **נגדיים** המצדדים בשימוש במנשק. נמקו או הדגימו בקצרה את טיעוניכם.
- ב. לאחר שביל השתכנע בנחיצות המנשק, החל דיון בינו ובין אומה על נחיצות השרותים הבאים. עבור כל אחד מהם ציינו האם יש לו מקום במנשק, במחלקה, בשניהם או באף אחד מהם. נמקו בקצרה:

1. add - לחיבור שני מספרים רציונליים
2. subtract - לחיסור שני מספרים רציונליים
3. multiply - להכפלת שני מספרים רציונליים
4. divide - לחלוקת שני מספרים רציונליים
5. equals - להשוואת שני מספרים רציונליים
6. gcd - לחישוב הגורם המשותף הגדול ביותר של שני שלמים
7. lcm - לחישוב מכנה משותף של שני שלמים
8. normalize - להבאת שבר פשוט למצב מצומצם
9. toString - לייצוג המספר כמחרוזת של שבר פשוט (למשל לצורכי הדפסה)
10. toDecimalString - לייצוג המספר כמחרוזת של שבר עשרוני (למשל לצורכי הדפסה)

מה לגבי השרותים: `getNumerator` ו-`getDenominator` להחזרת המונה והמכנה של השבר בהתאמה? ביל ואומה הסכימו כי הדבר תלוי בהקשרי השימוש של הטיפוס החדש. ציינו באילו הקשרים יש הצדקה להכללת השרותים במנשק ובאילו אין. נמקו או הדגימו את תשובתכם.