



# מבני נתונים ב07

תרגול 8

20/6/2007

# Hashing

# תרגיל 1 (חזרה)

- מיינו מערך  $A$  ובו כל אבר חוזר  $k$  פעמים
  - תרגיל לבית - הראו חסם תחתון  $\Omega(n \log(n/k))$  למיון.
  - כיצד ניתן להשיג חסם זה?
  - כיצד ניתן לפתור ע"י אלגוריתם רנדומי?
    - נשתמש בhash (לא במודל ההשוואות)
    - נספור כמה יש מכל אבר ונכניס רק עותק אחד
    - נמייין  $n/k$  אברים ולכן חסם "הרבה יותר טוב"

$$O\left(\frac{n}{k} \log \frac{n}{k} + n\right)$$

From sorting

From hash

## תרגיל 2

□ נתון מערך  $A$  באורך  $n$ , מיצאו בזמן  $O(n)$  בתוחלת אם יש בו  $x$  ו- $y$  כך ש:  $x+y=24$

□ פתרון

■ נרצה להשתמש ב-Hash בכדי לפתור (תוחלת)

■ עבור כל  $x$  מהמערך נכניס ל-Universal hash את כל  $x-24$

■ נעבור על כל אברי המערך ( $y$ ) ונחפש, אם מצאנו אזי

$$y=24-x \quad \square$$

$$x+y=24 \quad \square$$

■ עושים  $n$  הכנסות ו- $n$  חיפושים

# תרגיל 3

---

□ תארו מבנה נתונים התומך בפעולות הבאות

■ בנייה בזמן לינארי

■ מציאת מינ' בזמן קבוע

■ הכנסה ומחיקה בתוחלת  $O(\log n)$

□ פתרון

■ נחזיק גם ערמה וגם Universal Hash

■ נבנה ערמה כרגיל, נחזיק ב-Hash פוינטרים לכל אבר

■ בעת מחיקה נשתמש ב-Hash כדי למצוא את האבר בערמה

ואז ב- $O(\log n)$  נבצע את המחיקה

# תרגיל 4

□ בונים טבלת hash בגודל  $3n$ . אבר שמנסה להתמקם בתא תפוס, נכנס במקום זה לרשימה גלובלית  $L$ . מכניסים  $2n$  אברים, מהי תוחלת גודל הרשימה בסוף התהליך?

□ פתרון

■ כמה קשה לחשב עבור איבר את הסיכוי שייכנס לטבלה ולא לרשימה?

□ קשה מאוד, תלוי במיקומו בקלט (ראשון או אחרון)

■ ננסה לחשב כמה אברים ייכנסו ל-Hash במקום לחשב את גודל הרשימה

■ נחשב את הסיכוי שתא מסוים יהיה תפוס או פנוי בסוף התהליך

■ מה הסיכוי שתא מסוים יהיה פנוי בסוף התהליך?

$$\left(1 - \frac{1}{3n}\right)^{2n}$$

# תרגיל 4

- נחשב את תוחלת מס' התאים שמלאים בסוף התהליך
- נגדיר משתנה מקרי  $X$ , מס' התאים המלאים בסוף התהליך
- נגדיר לכל  $i=1,2,\dots,3n$  מ"מ  $x_i$  כך שערכו 1 אם תא  $i$  מלא בסוף התהליך ו-0 אחרת

$$X = x_1 + x_2 + \dots + x_{3n}$$

- ה- $x_i$  תלויים זה בזה אך עדיין

$$E(X) = E(x_1) + E(x_2) + \dots + E(x_{3n})$$

# תרגיל 4

□ מהי תוחלת כל אחד מן ה- $x_i$ 'ים?

$$E(x_1) = \Pr(x_i = 1) = \Pr(x_i \text{ full at end of process}) = 1 - \left(1 - \frac{1}{3n}\right)^{2n}$$

$$\left[ \left(1 - \frac{1}{3n}\right)^{2n} = \left(1 - \frac{1}{3n}\right)^{3n \cdot \frac{2}{3}} \approx (e^{-1})^{\frac{2}{3}} = e^{-\frac{2}{3}} \right]$$

$$\approx 1 - e^{-\frac{2}{3}}$$

$$\Rightarrow E(x) = 3n(1 - e^{-\frac{2}{3}})$$

□ ולכן תוחלת גודל הרשימה

$$2n - 3n(1 - e^{-\frac{2}{3}}) = n(2 - 3 + 3e^{-\frac{2}{3}}) = n(3e^{-\frac{2}{3}} - 1) = \Theta(n)$$