



מבני נתונים 07b

תרגול 8
20/6/2007

Hashing

ליאור שפירא

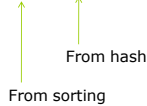
תרגיל 1 (חזרה)

- מיינו מערך A ובו כל אבר חוזר k פעמים
- תרגיל לבית - הראו חסם תחתון $\Omega(n \log(n/k))$ למיון.
- כיצד ניתן להשיג חסם זה?

- כיצד ניתן לפתור ע"י אלגוריתם רנדומי?

- נשתמש בhash (לא במודל ההשוואות)
- נספור כמה יש מכל אבר ונכניס רק עותק אחד
- נמייין n/k אברים ולכן חסם "הרבה יותר טוב"

$$O\left(\frac{n}{k} \log \frac{n}{k} + n\right)$$



תרגיל 3

- תארו מבנה נתונים התומך בפעולות הבאות
 - בנייה בזמן לינארי
 - מציאת מינ' בזמן קבוע
 - הכנסה ומחיקה בתוחלת $O(\log n)$
- פתרון
 - נחזיק גם ערמה וגם Universal Hash
 - נבנה ערמה כרגיל, נחזיק ב-Hash פוינטרים לכל אבר
 - בעת מחיקה נשתמש ב-Hash כדי למצוא את האבר בערמה ואז ב- $O(\log n)$ נבצע את המחיקה

תרגיל 2

- נתון מערך A באורך n, מיצאו בזמן $O(n)$ בתוחלת אם יש בו x ו-y כך ש: $x+y=24$
- פתרון
 - נרצה להשתמש ב-Hash בכדי לפתור (תוחלת)
 - עבור כל x מהמערך נכניס ל-Universal hash את כל x-24
 - נעבור על כל אברי המערך (y) ונחפש, אם מצאנו אזי
 - $y=24-x$
 - $x+y=24$
 - עושים n הכנסות ו-n חיפושים

תרגיל 4

- נחשב את תוחלת מס' התאים שמלאים בסוף התהליך
- נגדיר משתנה מקרי X, מס' התאים המלאים בסוף התהליך
- נגדיר לכל $i=1,2,\dots,3n$ מ"מ x_i כך שערכו 1 אם תא i מלא בסוף התהליך ו-0 אחרת
- ה- x_i תלויים זה בזה אך עדיין

$$X = x_1 + x_2 + \dots + x_{3n}$$

$$E(X) = E(x_1) + E(x_2) + \dots + E(x_{3n})$$

תרגיל 4

- בונים טבלת hash בגודל 3n. אבר שמנסה להתמקם בתא תפוס, נכנס במקום זה לרשימה גלובלית L. מכניסים 2n אברים, מהי תוחלת גודל הרשימה בסוף התהליך?
- פתרון
 - כמה קשה לחשב עבור איבר את הסיכוי שייכנס לטבלה ולא לרשימה?
 - קשה מאוד, תלוי במיקומו בקלט (ראשון או אחרון)
 - ננסה לחשב כמה אברים ייכנסו ל-Hash במקום לחשב את גודל הרשימה
 - נחשב את הסיכוי שתא מסוים יהיה תפוס או פנוי בסוף התהליך
 - מה הסיכוי שתא מסוים יהיה פנוי בסוף התהליך?

$$\left(1 - \frac{1}{3n}\right)^{2n}$$

תרגיל 4

□ מהי תוחלת כל אחד מן ה- x_i 'ים?

$$E(x_i) = \Pr(x_i = 1) = \Pr(x_i \text{ full at end of process}) = 1 - (1 - \frac{1}{3n})^{2n}$$

$$\left[(1 - \frac{1}{3n})^{2n} = (1 - \frac{1}{3n})^{3n \cdot \frac{2}{3}} \approx (e^{-1})^{\frac{2}{3}} = e^{-\frac{2}{3}} \right]$$

$$\approx 1 - e^{-\frac{2}{3}}$$

$$\Rightarrow E(x) = 3n(1 - e^{-\frac{2}{3}})$$

□ ולכן תוחלת גודל הרשימה

$$2n - 3n(1 - e^{-\frac{2}{3}}) = n(2 - 3 + 3e^{-\frac{2}{3}}) = n(3e^{-\frac{2}{3}} - 1) = \Theta(n)$$