



מבני נתונים 08a

תרגול 12

6/3/2008

בחירה ורקורסיות (ורקורסיות) (ורקורסיות (ורקורסיות))

הערה: לא הספקנו רקורסיות השבוע

ליאור שפירא



סקר הוראה



הסקר בקרוב! זה חשוב להשתתף!!!

תרגיל 4 משבוע שעבר

□ הוכיחו כי לא יכול להיות אלגוריתם במודל ההשוואות בו עבור קלט באורך n , לפחות חצי מהפרמוטציות האפשריות של המספרים מ-1 עד n ניתנות למיון בזמן ליניארי.

(עבור המחצית השניה של הפרמוטציות, לאלגוריתם מותר להחזיר כל דבר, אפילו סדר שגוי).

□ פתרון

- במודל ההשוואות, אם ניתן לסדר חצי מהפרמוטציות ($n!/2$) אזי יש לפחות כמספר הזה עלים
- לכן גובה העץ הוא $\Omega(n \log n)$ ולא יכול להיות אלגוריתם לינארי



בחירה - Selection

תרגיל חימום

- כמה השוואות צריך כדי למצוא מקסימום/מינימום במעריך?
- כמה השוואות צריך כדי למצוא את שניהם?

תרגיל 1

□ בהינתן מערך (לא ממוין) בעל n אברים, מצא את k האברים הקטנים ביותר במערך בזמן $O(n)$

□ פתרון

■ בהנחה שאנו יודעים מיהו האבר ה- k הקטן ביותר (ז"א k statistic order), כמה זמן דרוש למצוא את שאר האברים הדרושים?

■ סה"כ

□ $O(n)$ למצוא את האבר הא קטן ביותר

□ $O(n)$ לעבור על המערך ולסמן את כל הקטנים ממנו

תרגיל 2

□ אבר מסוים מופיע במערך $n/5$ פעמים, באיזו מהירות ניתן למצוא אותו?

■ האבר חוזר במערך הרבה פעמים



■ מה אם המערך היה ממוין?



■ איך ננצל את העובדה הזו?



$n/6$ intervals

תרגיל 2

פתרון

■ נמצא את ה-order statistics הבאים

■ $n/6$

■ $2n/6$

■ $3n/6$

■ ...

■ אחד מהם חייב להיות בוודאות האיבר המופיע $n/5$ פעמים

■ סה"כ סיבוכיות - לינארית

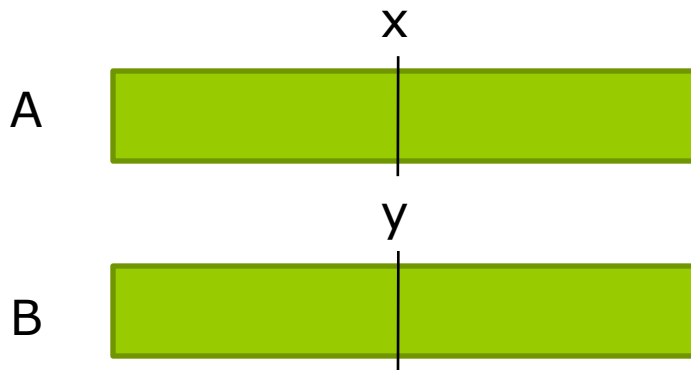
תרגיל 3

□ מציאת חציון משותף לשני מערכים ממוינים שאין להם אברים משותפים

□ פתרון

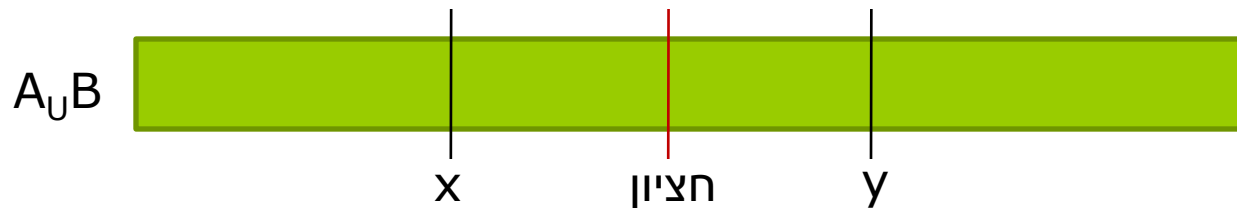
■ זמן לינארי?

■ זמן לוגריתמי?



□ נמצא חציון של כל אחד מהם, נניח בה"כ כי $x < y$

□ איפה יהיה החציון של האיחוד?



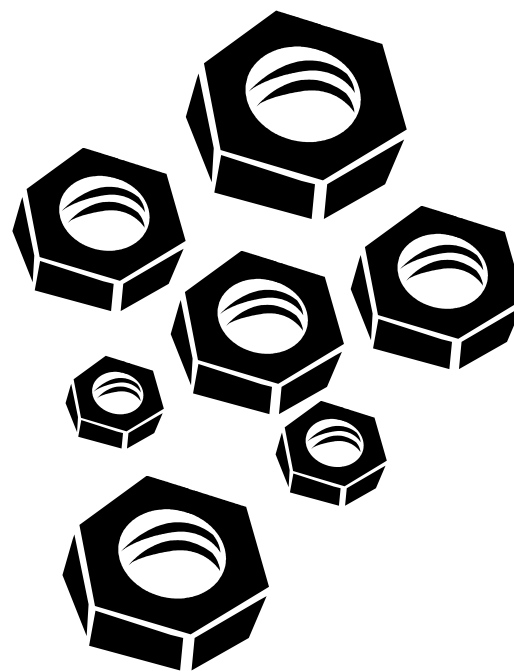
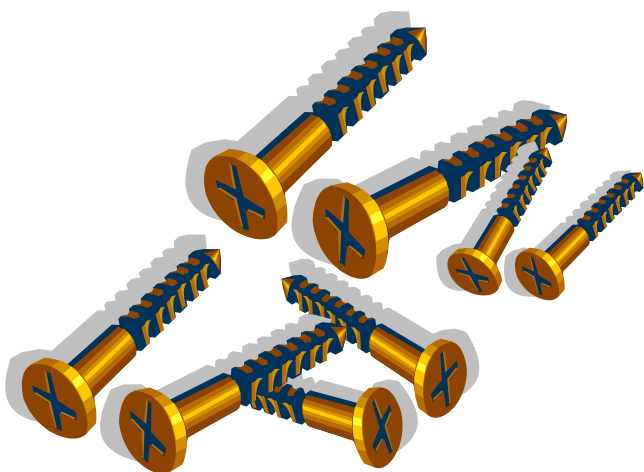
□ ניפטר מכל מה שמתחת לא וכל מה שמעל לy

□ נחזור על התהליך רקורסיבית



תרגיל 4: ברגים ואומים

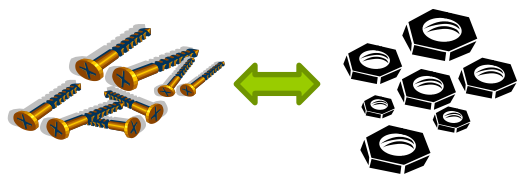
□ נתונים החלקים הבאים:



המטרה: להתאים כל אחד מ-n הברגים ל-n האומים (יש התאמה יחידה)



תרגיל 4: ברגים ואומים



□ נתונים החלקים הבאים:

□ צריך להתאים כל אחד מ-ח הברגים ל-ח האומים (יש התאמה יחידה)

□ הפעולה היחידה שמותרת: השוואת בורג לאום

□ התשובה: קטן, גדול או מתאים

□ כיצד ניתן לפתור את הבעיה?

1. הפתרון הבנאלי

2. אלגוריתם רנדומי

3. אלגוריתם דטרמיניסטי



תרגיל 4: ברגים ואומים

פתרון 1: אלגוריתם רנדומי

- נבחר בורג באקראי ונמצא לו אום מתאים
- נסדר את האומים ל-2 קבוצות
 - קטנים מדי עבור הבורג
 - גדולים מדי עבור הבורג
- נסדר את הברגים ל-2 קבוצות לפי האום המתאים לבורג הנבחר
 - האום המתאים קטן מדי
 - האום המתאים גדול מדי
- נמשיך רקורסיבית
- מה לפי דעתכם הסיבוכיות בתוחלת?



תרגיל 4: ברגים ואומים

□ פתרון 2: אלגוריתם דטרמיניסטי

■ יותר מסובך ממה שזה נשמע

□ בשנת 94 נמצא פתרון בזמן $n(\log n)^{O(1)}$

□ בשנת 96 נמצא פתרון בזמן $O(n \log n)$ אך הוא מאד מסובך, דה-רנדומיזציה של האלגוריתם... לא נעים.

תרגיל 5

□ במערך אבר מסוים מופיע $n/2$ פעמים, אחר $n/4$ פעמים, הבא $n/8$ פעמים וכו'

■ כיצד ניתן למיין את המערך ובאיזו מהירות?

□ פתרון

■ ניתן לעשות זאת בזמן לינארי

■ מוצאים את זה שמופיע הכי הרבה, רצים ומוציאים אותו מהמערך, ממשיכים רקורסיבית ובסוף ממיינים את $\log n$ הערכים

■ אפשר להראות למה החסם התחתון לינארי

$$\frac{n!}{(n/2)!(n/4)!(n/8)!...}$$