



## מבני נתונים 08a

תרגול 12  
6/3/2008

### בחירה ורקורסיות (ורקורסיות) (ורקורסיות (ורקורסיות))

הערה: לא הספקנו רקורסיות השבוע

ליאור שפירא

Lined writing area for student answers.



## סקר הוראה



הסקר בקרוב! זה חשוב להשתתף!!!

## תרגיל 4 משבוע שעבר

- הוכיחו כי לא יכול להיות אלגוריתם במודל ההשוואות בו עבור קלט באורך  $n$ , לפחות חצי מהפרמוטציות האפשריות של המספרים  $1$ - $n$  עד  $n$  ניתנות למיין בזמן ליניארי.  
(עבור המחצית השניה של הפרמוטציות, לאלגוריתם מותר להחזיר כל דבר, אפילו סדר שגוי).
- פתרון
  - במודל ההשוואות, אם ניתן לסדר חצי מהפרמוטציות ( $n!/2$ ) אזי יש לפחות כמספר הזה עלים
  - לכן גובה העץ הוא  $\Omega(n \log n)$  ולא יכול להיות אלגוריתם לינארי



## Selection - בחירה

### תרגיל חימום

- כמה השוואות צריך כדי למצוא מקסימום/מינימום במערך?
- כמה השוואות צריך כדי למצוא את שניהם?

### תרגיל 1

- בהינתן מערך (לא ממוין) בעל  $n$  אברים, מצא את  $k$  האברים הקטנים ביותר במערך בזמן  $O(n)$  פתרון
- בהנחה שאנו יודעים מיהו האבר ה- $k$  הקטן ביותר (ז"א  $k$  statistic order), כמה זמן דרוש למצוא את שאר האברים הדרושים?
- סה"כ
  - $O(n)$  למצוא את האבר ה- $k$  קטן ביותר
  - $O(n)$  לעבור על המערך ולסמן את כל הקטנים ממנו

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

## תרגיל 2

□ אבר מסוים מופיע במערך  $n/5$  פעמים, באיזו מהירות ניתן למצוא אותו?

- האבר חוזר במערך הרבה פעמים



- מה אם המערך היה ממוין?



- איך נצל את העובדה הזו?




---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

## תרגיל 2

□ פתרון

- נמצא את ה-order statistics הבאים

□  $n/6$

□  $2n/6$

□  $3n/6$

□ ...

- אחד מהם חייב להיות בוודאות האיבר המופיע  $n/5$  פעמים

- סה"כ סיבוכיות - לינארית

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

## תרגיל 3

□ מציאת חציון משותף לשני מערכים ממוינים שאין להם אברים משותפים



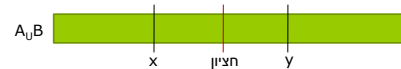
□ פתרון

- זמן לינארי?

- זמן לוגריתמי?

□ נמצא חציון של כל אחד מהם, נניח בה"כ כי  $x < y$

□ איפה יהיה החציון של האיחוד?



□ ניפטר מכל מה שמתחת לא וכל מה שמעל ל $y$

□ נחזור על התהליך רקורסיבית

---

---

---

---

---

---

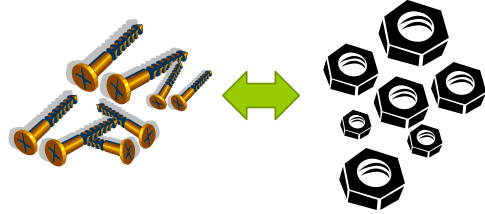
---

---



## תרגיל 4: ברגים ואומים

נתונים החלקים הבאים:



המטרה: להתאים כל אחד מ-ח הברגים ל-ח האומים (יש התאמה יחידה)

---

---

---

---

---

---

---

---



## תרגיל 4: ברגים ואומים

נתונים החלקים הבאים:



צריך להתאים כל אחד מ-ח הברגים ל-ח האומים (יש התאמה יחידה)

הפעולה היחידה שמוותרת: השוואת בורג לאום

התשובה: קטן, גדול או מתאים

כיצד ניתן לפתור את הבעיה?

1. הפתרון הבנאלי

2. אלגוריתם רנדומי

3. אלגוריתם דטרמיניסטי

---

---

---

---

---

---

---

---



## תרגיל 4: ברגים ואומים

פתרון 1: אלגוריתם רנדומי

■ נבחר בורג באקראי ונמצא לו אום מתאים

■ נסדר את האומים ל-2 קבוצות

□ קטנים מדי עבור הבורג

□ גדולים מדי עבור הבורג

■ נסדר את הברגים ל-2 קבוצות לפי האום המתאים לבורג הנבחר

□ האום המתאים קטן מדי

□ האום המתאים גדול מדי

■ נמשיך רקורסיבית

■ מה לפי דעתכם הסיבוכיות בתוחלת?

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---



## תרגיל 4: ברגים ואומים

- פתרון 2: אלגוריתם דטרמיניסטי
  - יותר מסובך ממה שזה נשמע
  - בשנת 94 נמצא פתרון בזמן  $O(n \log n)$
  - בשנת 96 נמצא פתרון בזמן  $O(n \log n)$  אך הוא מאד מסובך, דה-רנדומיזציה של האלגוריתם... לא נעים.

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

## תרגיל 5

- במערך אבר מסוים מופיע  $n/2$  פעמים, אחר  $n/4$  פעמים, הבא  $n/8$  פעמים וכו'
  - כיצד ניתן למיין את המערך ובאיזו מהירות?
- פתרון
  - ניתן לעשות זאת בזמן לינארי
  - מוצאים את זה שמופיע הכי הרבה, רצים ומוציאים אותו מהמערך, ממשיכים רקורסיבית ובסוף ממיינים את  $\log n$  הערכים
  - אפשר להראות למה החסם התחתון לינארי

$$\frac{n!}{(n/2)!(n/4)!(n/8)!...}$$