



סקר הוראה



הסקר בקרוב! זה חשוב להשתתף!!!



בחירה - Selection



מבני נתונים 08a

תרגול 12
6/3/2008

בחירה ורקורסיות (ורקורסיות) (ורקורסיות (ורקורסיות))

הערה: לא הספקנו רקורסיות השבוע

ליאור שפירא

תרגיל 4 משבוע שעבר

- הוכיחו כי לא יכול להיות אלגוריתם במודל השוואות בו עבור קלט באורך n , לפחות חצי מהפרמוטציות האפשריות של המספרים מ-1 עד n ניתנות למיון בזמן ליניארי.
(עבור המחצית השנייה של הפרמוטציות, לאלגוריתם מותר להחזיר כל דבר, אפילו סדר שגוי).
- פתרון
 - במודל השוואות, אם ניתן לסדר חצי מהפרמוטציות ($n!/2$) אזי יש לפחות כמספר הזה עלים
 - לכן גובה העץ הוא $\Omega(n \log n)$ ולא יכול להיות אלגוריתם לינארי

תרגיל 1

- בהינתן מערך (לא ממוין) בעל n אברים, מצא את k האברים הקטנים ביותר במערך בזמן $O(n)$
- פתרון
 - בהנחה שאנו יודעים מיהו האבר ה- k הקטן ביותר (r^* statistic order k), כמה זמן דרוש למצוא את שאר האברים הדרושים?
 - סה"כ
 - $O(n)$ למצוא את האבר ה- k קטן ביותר
 - $O(n)$ לעבור על המערך ולסמן את כל הקטנים ממנו

תרגיל חימום

- כמה השוואות צריך כדי למצוא מקסימום/מינימום במערך?
- כמה השוואות צריך כדי למצוא את שניהם?

תרגיל 2

אבר מסוים מופיע במערך $n/5$ פעמים, באיזו מהירות ניתן למצוא אותו?

האבר חוזר במערך הרבה פעמים



מה אם המערך היה ממוין?



איך ננצל את העובדה הזו?



תרגיל 2

פתרון

נמצא את ה-order statistics הבאים

$n/6$

$2n/6$

$3n/6$

...

אחד מהם חייב להיות בוודאות האיבר המופיע $n/5$ פעמים

סה"כ סיבוכיות - לינארית

תרגיל 3

מציאת חציון משותף לשני מערכים ממוינים שאין להם אברים משותפים



נמצא חציון של כל אחד מהם, נניח בה"כ כי $x < y$

איפה יהיה החציון של האיחוד?

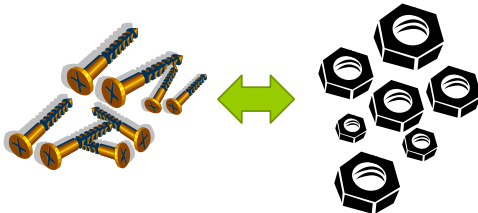


ניפטר מכל מה שמתחת לא וכל מה שמעל ל y

נחזור על התהליך רקורסיבית

תרגיל 4: ברגים ואומים

נתונים החלקים הבאים:



המטרה: להתאים כל אחד מ- n הברגים ל- n האומים (יש התאמה יחידה)

תרגיל 4: ברגים ואומים

נתונים החלקים הבאים:



צריך להתאים כל אחד מ- n הברגים ל- n האומים (יש התאמה יחידה)

הפעולה היחידה שמותרת: השוואת בורג לאום

התשובה: קטן, גדול או מתאים

כיצד ניתן לפתור את הבעיה?

1. הפתרון הבנאלי

2. אלגוריתם רנדומי

3. אלגוריתם דטרמיניסטי

תרגיל 4: ברגים ואומים

פתרון 1: אלגוריתם רנדומי

נבחר בורג באקראי ונמצא לו אום מתאים

נסדר את האומים ל-2 קבוצות

קטנים מדי עבור הבורג

גדולים מדי עבור הבורג

נסדר את הברגים ל-2 קבוצות לפי האום המתאים לבורג הנבחר

האום המתאים קטן מדי

האום המתאים גדול מדי

נמשיך רקורסיבית

מה לפי דעתכם הסיבוכיות בתוחלת?



תרגיל 4: ברגים ואומים

- פתרון 2: אלגוריתם דטרמיניסטי
 - יותר מסובך ממה שזה נשמע
 - בשנת 94 נמצא פתרון בזמן $O(n \log n)$
 - בשנת 96 נמצא פתרון בזמן $O(n \log n)$ אך הוא מאד מסובך, דה-רנדומיזציה של האלגוריתם... לא נעים.

תרגיל 5

- במערך אבר מסוים מופיע $n/2$ פעמים, אחר $n/4$ פעמים, הבא $n/8$ פעמים וכו'
 - כיצד ניתן למיין את המערך ובאיזו מהירות?
- פתרון
 - ניתן לעשות זאת בזמן לינארי
 - מוצאים את זה שמופיע הכי הרבה, רצים ומוציאים אותו מהמערך, ממשיכים רקורסיבית ובסוף ממיינים את \log הערכים
 - אפשר להראות למה החסם התחתון לינארי

$$\frac{n!}{(n/2)!(n/4)!(n/8)! \dots}$$