תשס"ח סמסטר א'

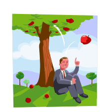
תרגול 1

מבני נתונים

פרטים טכניים

- מתרגל: ליאור שפירא
  - שעת קבלה: יום ג' 15-16, נא לתאם באי-מייל
  - המשרד שלי: שרייבר 002 (מעבדת גרפיקה)
  - התא שלי: שרייבר קומה 1 מול המעלית
- שעות התרגול
  - יום חמישי 10-11 ו- 11-12
- אתר הקורס
  http://www.cs.tau.ac.il/courses/Data-Structures/08a/

שיעורי בית



- תרגילים תיאורטיים
  - יינתנו כל שבוע
  - חובת הגשה: 80%
  - 80% מהתרגילים הטובים ביותר ייחשבו כ-10% מהציון
  - התרגילים ייעשו לבד
  - אנא קראו בתשומת לב את ההוראות בכל תרגיל
  - הגשה: בתרגול או בתא שלי עד 12:00 ביום התרגול
- תרגילים מעשיים
  - יינתנו 2-4 תרגילים במהלך הסמסטר
  - חובת הגשה: 100%
  - ייחשבו כ-10% מהציון
  - התרגילים ייעשו בזוגות

מבני נתונים

- מטרת הקורס
  - כלים ומתודולוגיות להגדיר מבני נתונים
  - אלגוריתמים שונים על מבני נתונים
  - אנליזה של יעילות פעולות שונות ואלגוריתמים שונים

אלגוריתמים

- סט סופי של הוראות מוגדרות היטב שמטרתם השלמת משימה כלשהיא
- בדומה למתכון, אם תעקבו אחרי ההוראות תגיעו לתוצאה הרצויה
- דוגמה: האלגוריתם של אוקלידס למציאת GCD (מכנה משותף גדול ביותר)

פסבדו-קוד

- בקורס זה נכתוב אלגוריתמים ב-psuedo-code
- זהו תיאור קומפקטי ולא רשמי של אלגוריתם במדעי המחשב
- נשמיט פרטים טכניים ולא חשובים ונשמור על העיקר

i ← 5	Assign the value 5 to i
while i>0 do	Begin a loop, condition is i>0
i ← i-1	Decrease value of i by 1
end while	End the loop

Asymptotic Notation

- בהינתן שתי פונקציות f,g, נאמר ש-f=O(g) אם קיימים c, n_0 כך ש:

$$\forall n \geq n_0,\ f(n) \leq c \cdot g(n)$$

  - סימון אסימפטוטי (עבור n מספיק גדול)
  - עד כדי קבוע
  - התנהגות עבור הקלט הכי גרוע – worst case
  - מחפשים תלות באורך הקלט
- כמה דוגמאות:

$$4n^2 = O(n^4)$$
$$3n = O(2^n)$$
$$\log n = O(n)$$
$$10e^n = O(e^n)$$

מומלץ להסתכל בפרק 3 בקורמן (מהדורה 2)

Amortized Analysis

מהו זמן Amortized

- זמן הריצה הממוצע לפעולה, עבור סדרת פעולות worst case
  - נחשב את סיבוכיות הזמן הנדרשת לביצוע m פעולות הכי גרועות, עבור קלט הכי גרוע
  - נחלק תוצאה זו ב-m ונקבל סיבוכיות "ממוצעת" לפעולה
  - סיבוכיות זו נקראת Amortized
  - חשוב: אין אלמנט הסתברותי בשיטה זו!

מונה בינארי

- מבנה נתונים המחזיק מספר אי-שלילי
- תומך רק בפעולת increment
  - קריאה לפעולה increment מעלה את הערך ב-1
- מימוש
  - מערך אינסופי A של תאים היכולים להכיל 0 או 1 (מספר בייצוג בינארי)
  - נניח שהמערך מאותחל לאפסים

…	0	0	0	0	0	0	0	0	= 0
…	0	0	0	0	0	0	0	1	= 1
…	0	0	0	0	1	1	0	1	= 13

מונה בינארי

- איך תמומש פעולת ה-increment?

…	0	0	0	0	1	1	0	1

  - כל ה-LSB בעלי ערך 1 יהפכו לאפסים וה-0 שאחרי יהפוך ל-1

…	0	0	0	0	1	1	1	0
…	0	0	0	0	1	1	1	1
…	0	0	0	1	0	0	0	0

מונה בינארי

Pseudo code

```
i ← 1
while (A[i]=1) do
    A[i] ← 0
    i ← i + 1
end while
A[i] ← 1
```

נניח שהמס' תמיד קטנים מ-n, אזי מה סיבוכיות w.c של פעולת increment?

O(logn)

מה הסיבוכיות לביצוע m פעולות?

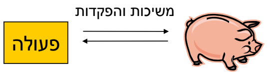
- נספור כמה פעמים שינינו כל ביט
  - את הביט הראשון שינינו m פעמים
  - את הביט השני שינינו $\lfloor m/2 \rfloor$ פעמים
  - את הביט השלישי שינינו $\lfloor m/4 \rfloor$ פעמים
  - את הביט הרביעי שינינו $\lfloor m/8 \rfloor$ פעמים
  - ...
- הסכום של כל אלה הוא

$$m+\lfloor m/2 \rfloor+\lfloor m/4 \rfloor+\lfloor m/8 \rfloor+\ldots\le m+\frac{m}{2}+\frac{m}{4}+\frac{m}{8}+\ldots=2m=O(m)$$

- לכן m פעולות ייקחו O(m) זמן, נחלק בm ונקבל שהסיבוכיות Amortized היא O(1)

שיטת הבנק

- בשיטת הבנק נדרוש מחיר מכל פעולה
- מחיר זה ייקרא Amortized Cost
  - סכום זה יכול להיות גבוה או נמוך מהעלות האמיתית
  - כאשר הסכום גבוה יותר, נצבור את השארית בבנק
  - כאשר הסכום נמוך יותר, נשתמש בכסף מהבנק לממן את הפעולה



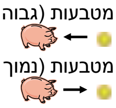
$$\hat{c}_i = c_i + desposit - withdraw$$

$$\sum_{i=1}^{n} \hat{c}_i \ge \sum_{i=1}^{n} c_i$$

סך המחירים שנשלם חייבים להיות גבוהים מהעלויות של סך הפעולות

שיטת הבנק

- עבור המונה הבינארי
  - המחיר להפוך ביט ל-1 יהיה 2 מטבעות (גבוה יותר)
    - מטבע אחד נכנס לבנק
  - המחיר להפוך ביט ל-0 יהיה 0 מטבעות (נמוך יותר)
    - נצטרך מימון מהבנק



```
i ← 1
while (A[i]=1) do
    A[i] ← 0
    i ← i + 1
end while
A[i] ← 1
```

...	0	0	0	0	1	1	0	1

שיטת הפוטנציאל

- נייצג "קרדיט" במערכת ע"י פונקציית פוטנציאל
- נתחיל עם מבנה נתונים D_0
- עבור פעולות i=1..n נגדיר
  - C_i עלות של פעולה i
  - D_i מבנה הנתונים לאחר הפעולה ה-I
- Φ ממפה כל D_i למספר ממשי
- Amortized Cost: $\hat{c}_i = c_i + \Phi(D_i) - \Phi(D_{i-1})$
- עלות כוללת:

$$\sum_{i=1}^{n} \hat{c}_i = \sum_{i=1}^{n} (c_i + \Phi(D_i) - \Phi(D_{i-1})) = \sum_{i=1}^{n} c_i + \Phi(D_n) - \Phi(D_0)$$

שיטת הפוטנציאל עבור המונה

- הפוטנציאל של המונה לאחר קריאה i ל-increment הוא b_i, מספר ה1'ים במונה לאחר הפעולה ה-i.
- נניח שהפעולה ה-i הופכת t_i ביטים ל-0 אזי המחיר שלה הוא t_i+1
  - אם b_i שווה 0, אזי הפעולה ה-i מאפסת את כל k הביטים
    - לכן $b_{i-1}=t_i=k$
  - אם $b_i>0$ אז
    - $b_i=b_{i-1}-t_i+1$
- בכל מקרה

$$b_i \le b_{i-1} - t_i + 1$$

$$\Phi(D_i) - \Phi(D_{i-1}) \le (b_{i-1} - t_i + 1) - b_{i-1} = 1 - t_i$$

$$\hat{c}_i = c_i + \Phi(D_i) - \Phi(D_{i-1}) \le (t_i + 1) + (1 - t_i) = 2$$