



מבני נתונים 08a

תרגול 8
7.2.2008

ערמות



ליאור שפירא

תזכורת: Heaps

□ עץ בינארי מלא

□ החוק הבסיסי

■ אם צומת B צאצא של צומת A אזי $\text{Key}(A) \leq \text{Key}(B)$

□ הפעולות הנתמכות

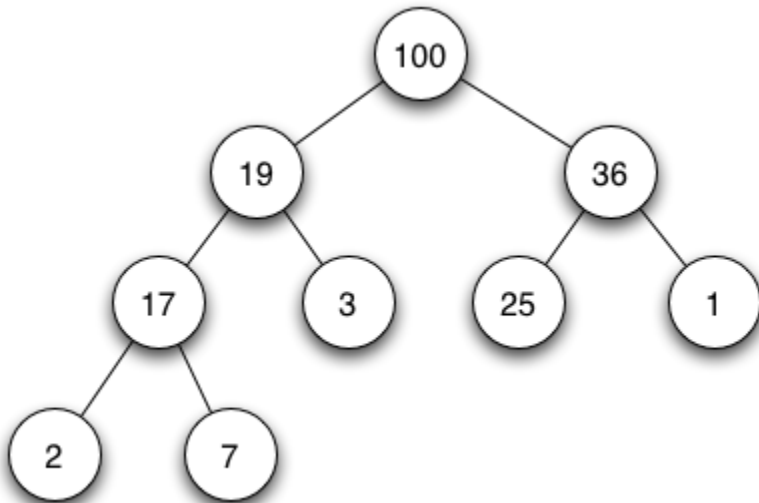
■ Find-min

■ Delete-min

■ Decrease-key

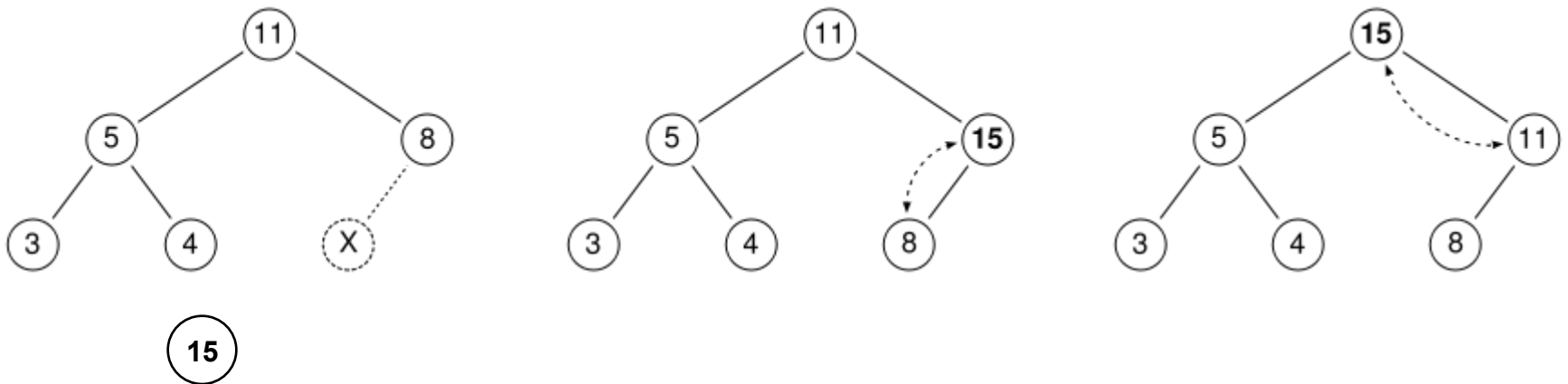
■ Insert

■ Merge

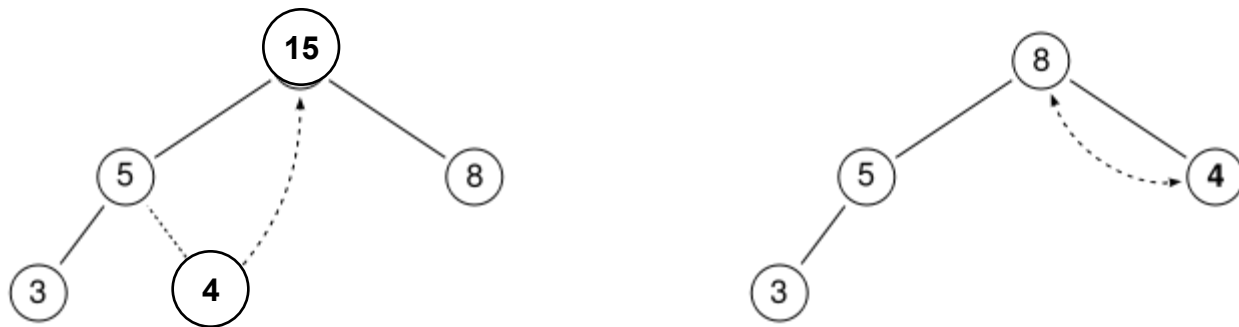


תזכורת: Heaps

הוספת צומת (עבור max-heap)



מחיקת השורש



תרגיל 1

□ בהינתן מערך באורך n , נרצה ליצור min heap ע"י הכנסה סדרתית של ערכי המערך. הראו סדרת הפעולות לוקחת $\Omega(n \log n)$ במקרה הכי גרוע (worst case)

תרגיל 2

- בהינתן heap שתומך בפעולות **extract-min** ו-**insert** בזמן $f(n)$ amortized, הראו שניתן למיין מערך מגודל n בזמן $O(n \cdot f(n))$

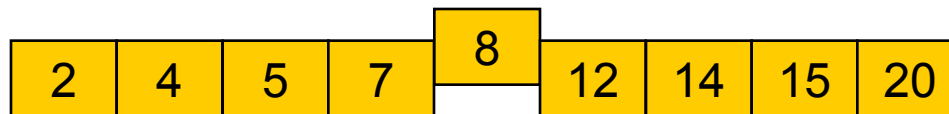
תרגיל 3 – Median Heap

□ ממשו מבנה נתונים התומך בפעולות

insert בזמן $O(\log n)$ ■

extract-median בזמן $O(\log n)$ ■

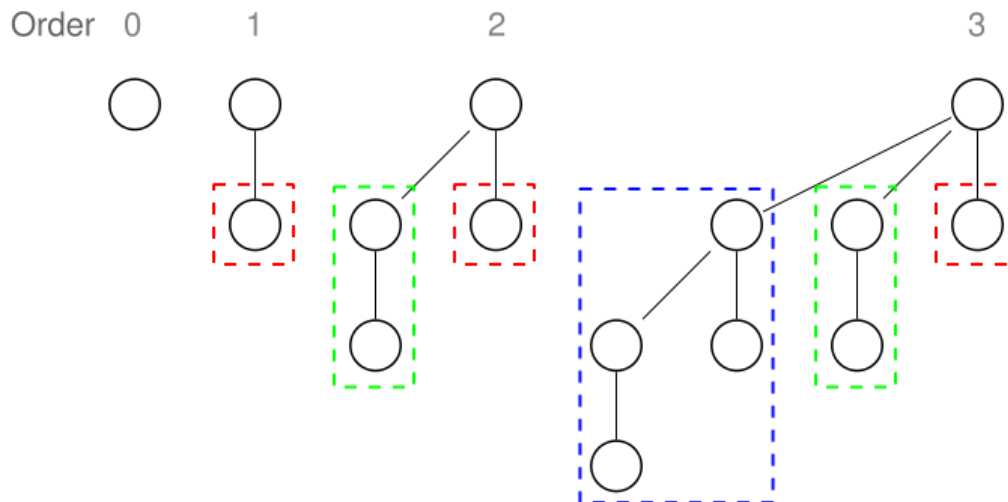
find-median בזמן $O(1)$ ■



תזכורת: Binomial Heaps

□ תחילה נגדיר Binomial Tree:

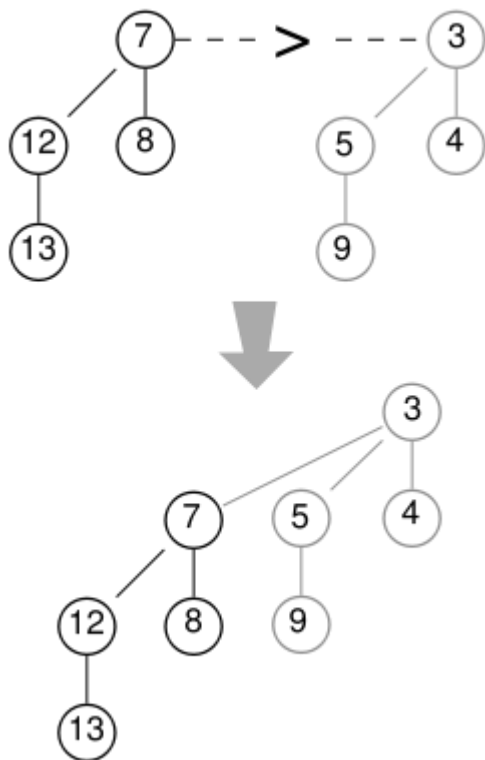
- עץ בינומי מדרגה 0 מכיל צומת יחידה
- עץ בינומי מדרגה k הוא
 - בעל שורש מדרגה k
 - ילדיו הינם עצים בינומיים מדרגות $0, 1, \dots, k-1$ (בסדר זה)
 - עץ בינומי מדרגה k מכיל 2^k צמתים והינו בגובה k



תזכורת: Binomial Heaps

□ איחוד שני עצים בינומיים מסדר $k-1$

■ ניצור עץ בינומי מסדר k ע"י תליית אחד העצים כבן השמאלי ביותר של העץ השני



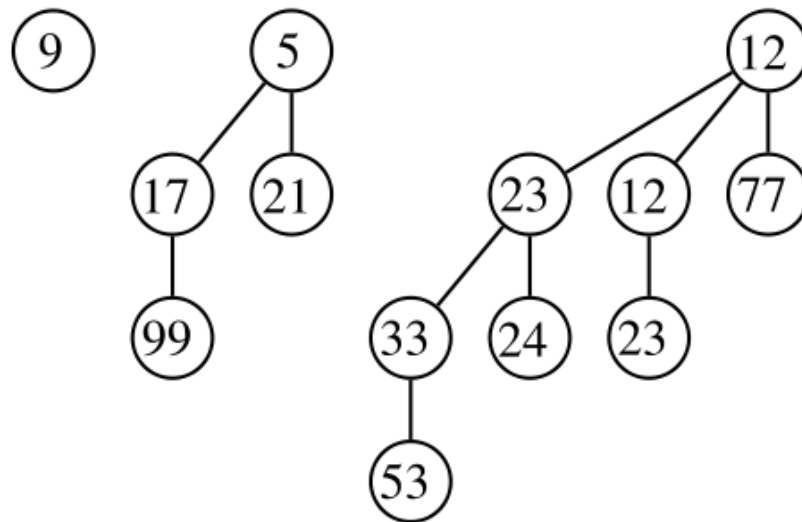
תזכורת: Binomial Heaps

□ הגדרת Binomial Heap

■ סט עצים בינומיים המקיימים את התכונות הבאות

□ כל עץ מקיים את תכונת minimum-heap (כל צאצא גדול מהורה שלו)

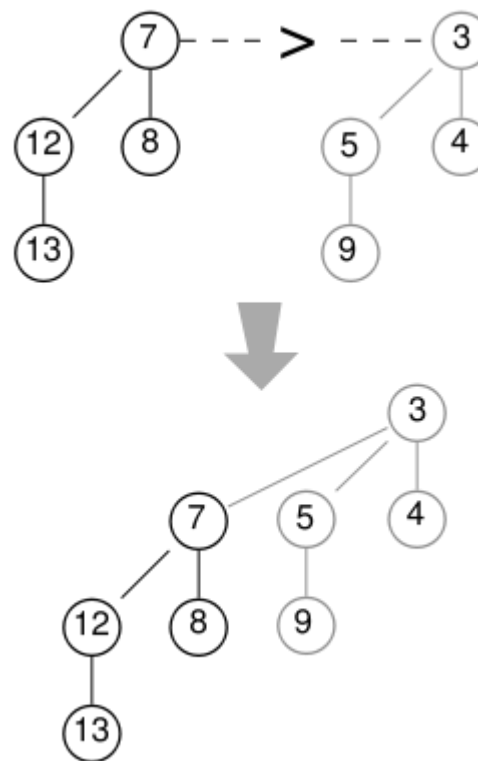
□ עבור כל סדר k של עץ בינומי, יש 0 או 1 עצים כאלו ב-heap



תזכורת: Binomial Heaps

□ פעולת Merge של שני עצים מדרגה k

```
function mergeTree(p, q)
  if p.root <= q.root
    return p.addSubTree(q)
  else
    return q.addSubTree(p)
end
```



תזכורת: Binomial Heaps

□ פעולת merge של שני Binomial Heaps

```
function merge(p, q)
  while not( p.end() and q.end() )
    tree = mergeTree(p.currentTree(), q.currentTree())
    if not heap.currentTree().empty()
      tree = mergeTree(tree, heap.currentTree())
      heap.addTree(tree)
    else
      heap.addTree(tree)
    end if
    heap.next() p.next() q.next()
  end while
end
```

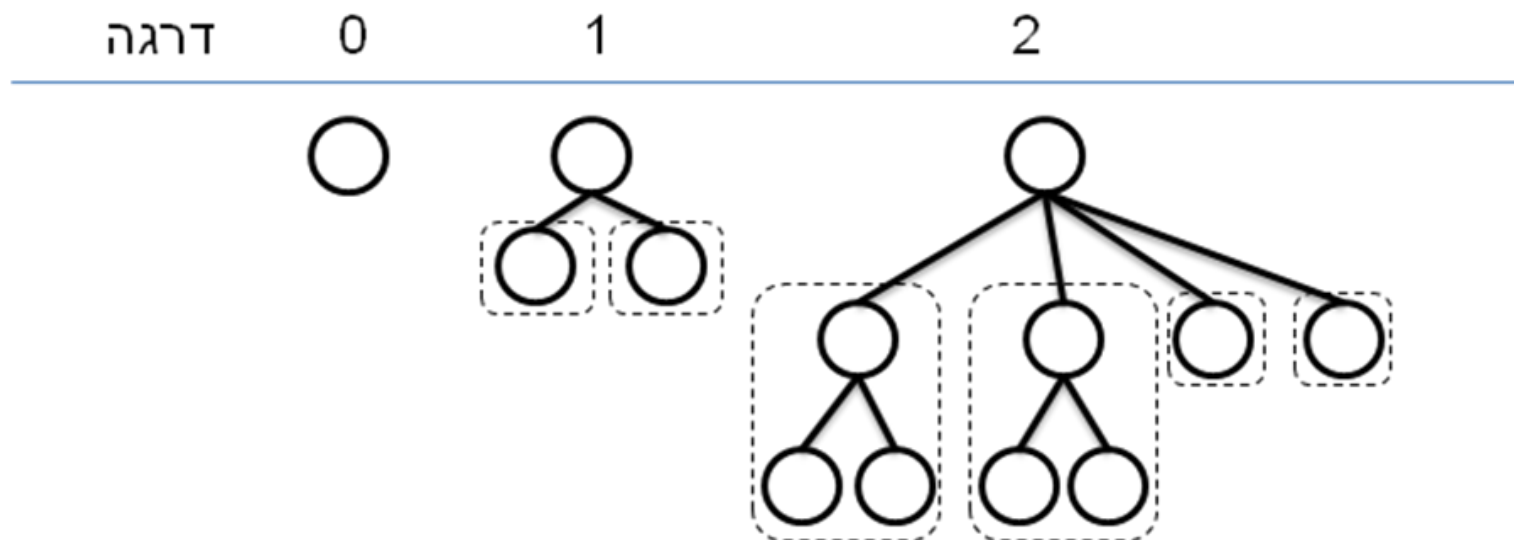
תזכורת: Binomial Heaps

- פעולת Insert
 - ניצור heap חדש המכיל את האבר החדש, ונבצע merge בין שני ה-heaps
- פעולת minimum
 - עלינו לחפש את הערך המינימלי מבין שורשי העצים בheap
- פעולת delete-min
 - מצא את האבר ומחק אותו
 - הפוך את בניו ל-binomial heap ומזג את שני ה-heaps
- פעולת Decrease-min
 - בדומה לפעולות ב-heap רגיל
- פעולת Delete
 - שנה את הערך ל- $-\infty$ ובצע delete-min

תרגיל: עצים בינומיים שמנים

□ נגדיר עצים בינומיים שמנים כך:

- עץ בינומי "שמן" מדרגה 0 מכיל צומת אחד בלבד.
- עץ בינומי "שמן" מדרגה k ניתן לבנות משלושה עצים בינומיים "שמנים" מדרגה $k-1$ כאשר נתלה שניים מהם על העץ השלישי.



תרגיל: עצים בינומיים שמנים

□ כיצד נגדיר ערמה בינומית "שמנה"?

ערמה בינומית שמנה



כיצד תתבצע פעולת **meld**? למה הדבר אנלוגי?