מבני נתונים תשס"ח א'

שיעור חזרה 29.4.08

שקפים ע"י ליאור שפירא

שאלות על מיון

תרגיל 1

- נתון מערך בגודל n ובו k ערכים שונים. הראו חסם עליון ותחתון למיון מערך זה.
- פתרון - חסם תחתון
  - כמה אפשרויות יש למיין n אברים ובהם k ערכים?
    - כמו לכתוב מילה באורך n עם א"ב בגודל k: k^n
    - לכן עבור אלג' במודל ההשוואות יהיו k^n עלים, ולפחות $\log(k^n)$ רמות ← $n\log(k)$

תרגיל 1

- נתון מערך בגודל n ובו k ערכים שונים. הראו חסם עליון ותחתון למיון מערך זה.
- פתרון – חסם עליון
  - נרצה למצוא את כל הערכים הייחודיים בעץ
  - נכניס את כל הערכים לעץ חיפוש מאוזן, כמה זמן זה ייקח?
  - כעת נעבור על העלים ב-inorder, כמה זמן זה ייקח?
  - סה"כ $O(n\log k)$

תרגיל 2

- נתונים n קטעים על ישר השלמים בין 0 ו-n^2. מצאו האם כל הקטעים זרים בסיבוכיות הכי טובה שאפשר.
- פתרון
  - ראינו בכיתה שאפשר למיין מס' בטווח $o..n^k$ בזמן $O(nk)$ ולכן
  - נמיין את נק' ההתחלה והסיום ביחד בזמן לינארי (נסמן על כל נק' את הסוג שלה)
  - נעבור על כל הנק' ונחזיק מונה 'בפנים'/'בחוץ' לדעת האם בנק' מסוימת שני קווים או יותר נחתכים
  - סה"כ $O(n)$

תרגיל 2

- נתונים n קטעים על ישר השלמים בין 0 ו-n^2. מצאו האם כל הקטעים זרים בסיבוכיות הכי טובה שאפשר.
- **וריאציות**
  - מה אם אין מגבלה על מיקום הקטעים?
  - מה אם רוצים לדעת אם יש שלושה קטעים עם נק' חיתוך משותפת?

תרגיל 3

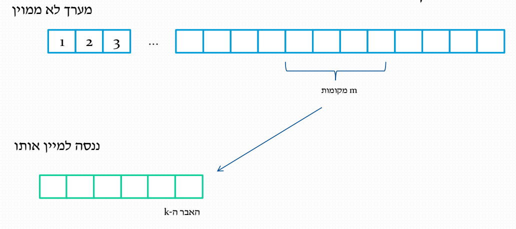
- בהינתן מערך עם n אברים, מצא בזמן ליניארי את k האברים הקרובים ביותר לחציון
- פתרון
  - נמצא את החציון M בזמן $O(n)$
  - ניצור מערך חדש ובו ערך כל אבר x במערך המקורי יהיה $|x-M|$ (זמן ליניארי)
  - נמצא את ה-O.S-ה k בזמן $O(n)$
  - נחזיר כתשובה את כל האברים הקטנים מאבר זה בזמן $O(n)$

תרגיל 4

- נתון מערך ובו n אברים, כך שהמערך "כמעט ממוין". ז"א כל אבר נמצא עד m מקומות ממיקומו הממוין
- פתרון
  - נחלק את המערך לקטעים באורך 2m. ניתן לקבוע כי אם אבר נמצא בקטע i, מיקומו האמיתי יימצא באחד הקטעים i-1,i,i+1
  - נמיין את הקטעים $(n/2m)*m\log m=O(n\log m)$
  - נמזג את החצי העליון של כל קטע עם החצי התחתון של הקטע הבא בזמן ליניארי סה"כ
  - סה"כ סיבוכיות $O(n\log m)$

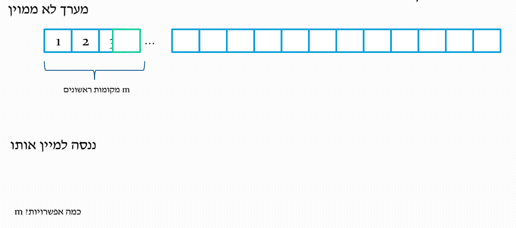
תרגיל 4

- נתון מערך ובו n אברים, כך שהמערך "כמעט ממוין". ז"א כל אבר נמצא עד m מקומות ממיקומו הממוין
- חסם תחתון



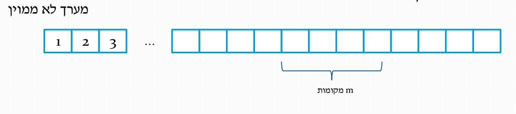
תרגיל 4

- נתון מערך ובו n אברים, כך שהמערך "כמעט ממוין". ז"א כל אבר נמצא עד m מקומות ממיקומו הממוין
- חסם תחתון



תרגיל 4

- נתון מערך ובו n אברים, כך שהמערך "כמעט ממוין". ז"א כל אבר נמצא עד m מקומות ממיקומו הממוין
- חסם תחתון



ננסה למיין אותו

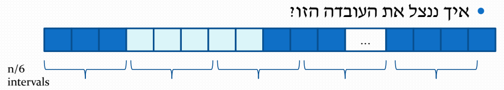
- ז"א לכל איבר m אפשרויות להתמקם (חוץ מ-m האחרונים...)
- ולכן $\sim m^n$ סידורים
- גובה העץ לפחות $O(m^n)=O(n\log m)$

תרגיל 5

- אבר מסוים מופיע במערך n/5 פעמים, באיזו מהירות ניתן למצוא אותו?
  - האבר חוזר במערך הרבה פעמים

  - מה אם המערך היה ממוין?

  - איך ננצל את העובדה הזו?



תרגיל 5

- פתרון
  - נמצא את ה-order statistics הבאים
    - n/6
    - 2n/6
    - 3n/6
    - …
  - אחד מהם חייב להיות בוודאות האיבר המופיע n/5 פעמים
  - סה״כ סיבוכיות - ליניארית

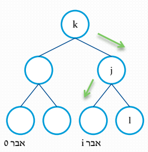
שאלות על עצים

תרגיל 1

- נגדיר ADT המנהל רשימה סדורה של מספרים. ה-ADT כולל את שתי הפעולות הבאות, כאשר n מציין את גודל הרשימה הנוכחי (לפני הקריאה לפעולה):
  - **Insert (x,i)** – עבור מספר כלשהו x, , גורמת להכנסת המספר x מיד לאחר האיבר ה-i ברשימה.
  - **PrefixSum (i)** – מחזירה את סכום כל האיברים ברשימה בין המקום ה-0 למקום ה-i
- תארו מבנה נתונים יעיל ככל שתוכלו המממש את ה-ADT הנ״ל, כך שבמקרה הגרוע כל פעולה תרוץ בזמן O(log n).

תרגיל 1

- פתרון
  - נראה שצריך להשתמש בעצי חיפוש מאוזנים
  - נשתמש בעץ 2-4+ (ערכים בעלים, אפשר כל עץ מאוזן)
  - Insert(x,i) לוקח זמן לוגריתמי
    - חיפוש האבר ה-i יכול לקחת O(log(i))
    - הכנסת אבר בהינתן מיקום לוקח O(logn)
  - PrefixSum(i) – נשמור בכל צומת את סך הערכים השמורים בעלים תחתיו
    - ניקח את סכום הערכים בתת העץ המכיל את האבר ה-i ואת האבר ה-0 (לכל היותר בגובה O(log(i)))
    - נעבור על המסלול משורש תת עץ זה ועד האבר ה-i ונחסר את המשקל של תת העץ הימני בכל צעד שמאלה

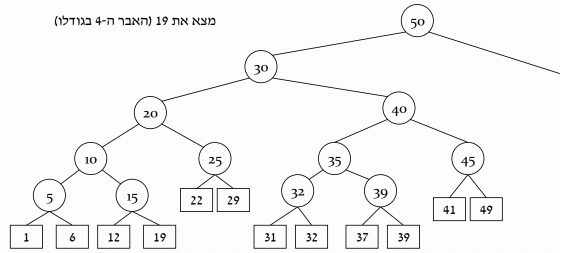


PrefixSum(i)=k-l

תרגיל 2

- הראה כי בשינויים קלים למבנה עץ בינארי (מאוזן), ניתן למצוא את האבר ה-k בגודלו, בזמן O(logk)

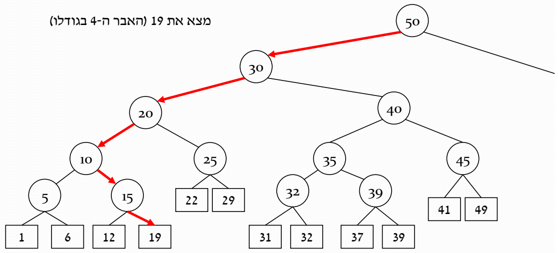
מצא את 19 (האבר ה-4 בגודלו)



תרגיל 2

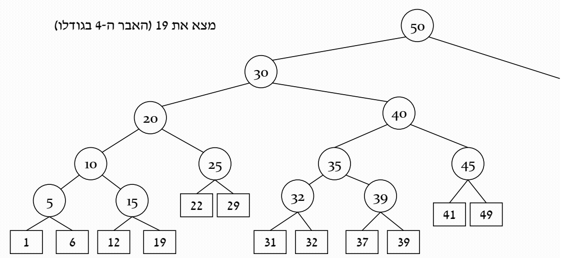
- הראה כי בשינויים קלים למבנה עץ בינארי (מאוזן), ניתן למצוא את האבר ה-k בגודלו, בזמן O(logk)

מצא את 19 (האבר ה-4 בגודלו)



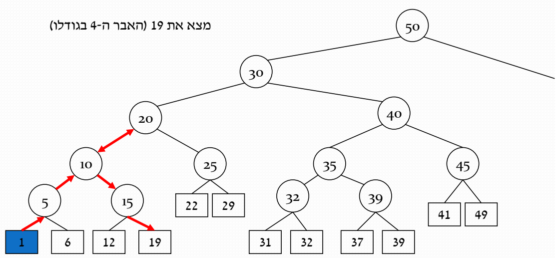
תרגיל 2

- הראו כי בשינויים קלים למבנה עץ בינארי (מאוזן), ניתן למצוא את האבר ה-k בגודלו, בזמן O(logk)



תרגיל 2 Finger Trees

- הראו כי בשינויים קלים למבנה עץ בינארי (מאוזן), ניתן למצוא את האבר ה-k בגודלו, בזמן O(logk)



פרטים כלליים

פרטים פרטים

- מותר להביא "דף נוסחאות" בגודל A4 כתוב משני צדדיו, חוץ מזה אסור כל חומר עזר
- אין צורך לזכור את כל המקרים של עץ אדום שחור, אם צריך נספק
- אין צורך לזכור בעל פה את ה-master theorem, אם צריך נספק
- כל חומר שנלמד בשיעור ו/או בתרגול הוא למבחן