טיפוסי נתונים מופשטים ומחלקות

אוהד ברזילי

אוניברסיטת תל אביב

הוכחת תכונות של טיפוס נתונים מופשט

על נכונות, עקביות ושלמות מספקת...

תזכורת: המחסנית כטיפוס נתונים מופשט

TYPES

- *STACK <T>*

FUNCTIONS

- *put*: $STACK\ <T> \times T \rightarrow STACK\ <T>$
- *remove*: $STACK\ <T> \nrightarrow STACK\ <T>$
- *item*: $STACK\ <T> \nrightarrow T$
- *empty*: $STACK\ <T> \rightarrow BOOLEAN$
- *new*: $\rightarrow STACK\ <T>$

המחסנית כטיפוס נתונים מופשט (2)

AXIOMS

For any *x*: *T*, *s*: *STACK* [*T*]

A1 • *item* (*put* (*s*, *x*)) = *x*

A2 • *remove* (*put* (*s*, *x*)) = *s*

A3 • *empty* (*new*)

A4 • **not** *empty* (*put* (*s*, *x*))

PRECONDITIONS

- **@pre: not** *empty* (*s*)
  remove (*STACK*<T> , s)
- **@pre: not** *empty* (*s*)
  item (*STACK*<T> , s)

תכונות הגדרת ה ADT

- **נכונות** (correctness, תקינות) של ביטוי
- **עקביות** (consistency) ההגדרה
- **שלמות מספקת** (sufficient completeness) של ההגדרה

- נוכיח תכונות אלו באינדוקציה על אורך הביטוי

משקל של מחסנית

- הגדרה: פונקצית המשקל, w, של מחסנית מוגדרת כהלכה ללא שימוש ב item או empty מוגדר באינדוקציה:
  - W1: w(new()) = 0
  - W2: w(put(s,x))=w(s)+1
  - W3: w(remove(s))=w(s)-1

טענות עזר

- **<u>טענה (עקביות המשקל)</u>**: ביטוי מחסנית בנוי כהלכה e, ללא item או empty, הוא תקין אם ורק אם המשקל שלו אי שלילי וכל תת ביטוי של e הוא (בריקורסיה) תקין

- **<u>טענה (משקל אפס):</u>** יהי e ביטוי מחסנית בנוי כהלכה ללא item או empty, אזי empty(e) הוא TRUE אם ורק אם w(e)=0

הוכחה באינדוקציה – מקרה בסיס

- new הוא תקין שכן אין לא תת ביטויים ואין לו תנאי מקדים
- empty(new) = TRUE לפי אקסיומה A3

צעד האינדוקציה - put

- יהי e=put(s,x)
- ל put אין תנאי מקדים ולכן e תקין ⇔ s תקין ⇔ ל s ולכל תת הביטויים של s יש משקל אי שלילי ⇔ ל-e ולכל תת הביטויים של e יש משקל אי שלילי
- S תקין $\Leftarrow w(s) \geq 0 \Leftarrow w(e) > 0$
- empty(e)! לפי אקסיומה A4

צעד האינדוקציה – remove (עקביות המשקל)

- יהי e=remove(s)
- e תקין ⇔ s וכל תת הביטויים שלו תקינים ומתקיים !empty(s) ⇔ w(s)>0 וכל תת הביטויים של e תקינים ⇔ $w(e) \geq 0$ וכל תת הביטויים של e תקינים

צעד האינדוקציה – remove (משקל אפס)

- יהי e=remove(s)
- w(s)>0 אזי ל-s (וגם ל-e) מופע של put
- המופע החיצוני ביותר של put עטוף ב-remove. נפעיל עליו את A2:

remove (put (s, x)) = s

אנו מקבלים ביטוי e קצר יותר עם אותו המשקל, שעבורו תכונת משקל האפס נובעת לפי הנחת האינדוקציה

כלל ההצגה הראשית (canonical reduction)

- לכל ביטוי מחסנית בנוי כהלכה ותקין אשר אינו מכיל item ו- empty יש ייצוג שקול (קנוני) אשר אינו מכיל remove (כלומר מכיל רק new ו put)
- תכונה זו מתקבלת ע"י הפעלה חוזרת של אקסיומה A2

הוכחת שלמות מספקת (ועקביות) מקרה הבסיס

- ביטוי מחסנית חייב להיות new
- empty(new) תקין (וחיובי) לפי A3
- item(new) לא תקין מכיוון שהתנאי המקדים empty(new)! לא מתקיים

הוכחת שלמות מספקת (ועקביות) צעד האינדוקציה

- לפי כלל ההצגה הראשית אפשר באינדוקציה לייצג כל מחסנית ע"י new (מקרה הבסיס) או put(s',x)
- empty(s) הוא תקין ושלילי לפי A4
- item(s) הוא תקין (מכיוון שמתקיים !empty(s)) וערכו הוא x לפי A1

מחלקות בשפת C++

על הרשאות גישה, עצמים
מוכלים ועצמים מוצבעים...

CPoint

```
#include <iostream>

class CPoint
{
	int m_x; /** X coordinate */
	int m_y; /** Y coordinate */

public:
	/** Set the coordinates to zero */
	void Init()
	{
		m_x = 0;
		m_y = 0;
	}
```

CPoint

```
        /** Set the coordinates of the point */
        void Set(int ax, int ay)
        {
                m_x = ax;
                m_y = ay;
        }

        /** Print the point's coordinates */
        void Print()
        {
                cout<< "x = " << m_x <<
                                ", y = " << m_y << endl;
        }
};
```

Using CPoint

```
int main()
{
  CPoint p1, p2;
  p1.Init();
  p2.Set(4,6);
  p1.Print();
  p2.Print();
}
```

CPoint הדור הבא

```
   /** Set the coordinates of the point */
   bool Set(int ax, int ay)
   {
        if (InRange(ax) && InRange(ay)) {
                m_x = ax;
                m_y = ay;
                return true;
        }
        else
                return false;
   }
   int GetX() { return m_x; }
   int GetY() { return m_y; }

private:
   /** Check that a given value is in range */
   bool InRange(int av)  { return (av >= 0 && av <= 100); }
};
```

CPoint הדור הבא

```
int main()
{
   CPoint p1, p2;
   p1.m_x = 12;              // ERROR (private member)
   p1.m_y = 10;              // ERROR (private member)
   p2.InRange(34);           // ERROR (private member)

   if (p1.Set(20,35))
   {
       p1.Print();
       p2.Set(p1.GetX(), p1.GetY());// same as p2=p1
       p2.Print();
   }
}
```

CRectangle

```
class CRectangle
{
   // private (default)
   CPoint m_TopLeft;           /** The top left corner */
   CPoint m_BottomRight;       /** The bottom right corner */

public:
   /** set all the coordinates of the rectangle  */
   bool Set(int atlx, int atly, int abrx, int abry)
   {
        if (m_TopLeft.Set(atlx, atly) &&
                          m_BottomRight.Set(abrx, abry))
               return true;
        else
               return false;
   }
```

CRectangle

```
    /** set coordinates of rectangle (function overloading) */
    void Set(const CPoint& ptl, const CPoint& pbr)
    {
         m_TopLeft = ptl;
         m_BottomRight =pbr;
    }

    void Print()
    {
         cout << "Top Left Corner: ";
         m_TopLeft.Print();
         cout << "Bottom right Corner: ";
         m_BottomRight.Print();
    }
};
```

Using CRectangle

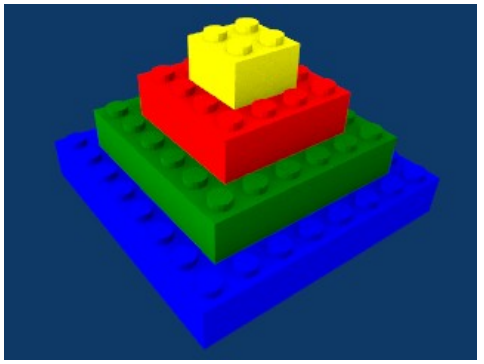
```
int main()
{
   CRectangle rect;
   rect.Set(10,10,30,24); // using 1st method
   rect.Print();

   CPoint p1, p2;  // using 2nd method
   p1.Set(20,45);
   p2.Set(50,70);
   rect.Set(p1,p2);
   rect.Print();
}
```

CColoredRectangle

```
class CColoredRectangle
{
   CRectangle   m_rect;
   enum Color { RED=0 , GREEN=1 , BLUE=2 } m_Color;

public:

   /** set the colored rectangle using a rectangle */
   void Set(const CRectangle & rec, Color col=RED)
   {
         m_rect = rec;
         m_Color = col;
   }

   void Print()
   {
        m_rect.Print();
        cout << "color is " << m_Color << endl;
   }
};
```

Using CColoredRectangle

```
int main()
{
  CRectangle rect;
  rect.Set(10,10,30,24);

  CColoredRectangle c_rect;
  c_rect.Set(rect);
  c_rect.Print();
}
```



דיון

- האם יש הבדל בין הקשרים הבאים:
  - מלבן - נקודה (המלבן מכיל שדות מטיפוס CPoint)
  - מלבן - מלבן צבעוני (מלבן צבעוני מכיל שדה מטיפוס מלבן)
- המבנה הרקורסיבי של נקודה, מלבן ומלבן צבעוני הוא דוגמא לעקרון הפשטת הקופסא השחורה ולעקרון ההכמסה (encapsulation)

מצביעים ל CPoint

```
int main()
{
   CPoint *pP1, *pP2;
   CPoint P3, P4, P5;
   P3.Set(3,11);                  // OK
   pP1->Set(45,34);               // RUNTIME ERROR
   pP1 = new CPoint;
   pP1->Set(45,34);     // OK NOW
   P4 = P3;             // Copy all data members of P1 to P2
   pP2 = &P4;           // pP2 now points to P4;
   pP2->Print();        // OK - Will print the data of P4;
   P5 = *pP1;           // OK - copy the data members of the
                       // object pointed by pP1
   P5.Print();
   // And don't forget to free memory
   delete pP1;
   delete pP2;          // NO WAY - Remember - Don't free
                        // memeory you did not allocate
}
```

הפנייה ל CPoint

```
int main()
{
   CPoint P1;
   CPoint& P2 = P1; // now P1 and P2 reference the
                    // same object
   CPoint& P3;      // Error! Reference must me
                    // initialized
   P1.Set(4,5);
   P2.Print();

   P2.Set(5,4);
   P1.Print();
}
```

מורים וקורסים

```
class CTeacher; // declaration of class CTeacher
class CCourse
{
        char    *name; /** name of the course */
        long    serial;
        CTeacher *pCourseTeacher;
        ...
   public:
        /** Get the pointer to the teacher of this course */
        CTeacher *GetTeacher() { return pCourseTeacher; }

        /** Assign a new teacher to this course */
        bool AssignTeacher(CTeacher* pTeacher)
        {
                if (pCourseTeacher != NULL)
                        return false;
                pCourseTeacher = pTeacher;
                        return true;
        }
};
```

מורים וקורסים

```
class CTeacher
{
      char  *name; /** name of the teacher */
      int   vetek;
      CCourse *pCourses[10];  /** all courses of
                                 teacher */
      ...
  public:
      /** Add a new course to this teacher */
      bool AddCourse(CCourse *pNewCourse)
      {
            ...
      }
};
```

דיון

- למה בדוגמת המורים והקורסים השתמשנו במצביעים ואילו בדוגמת המלבן והנקודות השתמשנו במחלקות עצמן?

שימוש ב this

```
// declaration
class CPoint;
void PrintNice(CPoint *p); // Global function

class CPoint {
   ...
   Print() { PrintNice(this); }
   CPoint& Inc()
   {
        m_x++;
        m_y++;
        return *this;
   }
};
void PrintNice(CPoint *p) {
   cout << "x = " << p->GetX() <<
           ", y = " << p->GetY() << endl;
}
```

- קריאה לפונקציות גלובליות
- שרשור של פעולות

שימוש ב this

```
int main()
{
  CPoint P1;
  P1.Set(10,20);
  P1.Print();
  PrintNice(&P1);
  P1.Inc();
  P1.Inc().Inc().Inc();
}
```