

### מתימטיקה בדידה - תרגיל מס' 3

1. בדקו האם המסקנה "יוסי יעזור למשה או שדני לא יעזור למשה" נובעת לוגית מההנחות הבאות: "יוסי יעזור למשה אם משה יבקש", "דני יעזור למשה אם משה יתחיל ללמוד", "משה יתחיל ללמוד".

2. הוכח כי לכל זוג קבוצות  $A$  ו- $B$  מתקיים  $A = B$  אם ורק אם  $A \Delta B = \emptyset$ . (רמז: הוכחה בדרך השלילה).

3. הוכח או הפרך על ידי דוגמא נגדית:

$$\forall A \forall B \forall C. (A \cup B) \cap C = A \cup (B \cap C) \quad (\text{א})$$

$$\forall A \forall B \forall C. A \Delta (B \cup C) = (A \Delta B) \cup (A \Delta C) \quad (\text{ב})$$

$$\forall A \forall B \forall C. A \cap (B - C) = (A \cap B) - (A \cap C) \quad (\text{ג})$$

$$\forall A \forall B \forall C. A \cap (B \Delta C) = (A \cap B) \Delta (A \cap C) \quad (\text{ד})$$

$$\forall A \forall B \forall C. (A - B) \cap (C - D) = (A \cap C) - (B \cup D) \quad (\text{ה})$$

$$4. A = \{a, \emptyset, \{a\}\} \text{ רשום את } P(A) \cap P(P(A))$$

5. רשום את  $A - B$  ואת  $A \Delta B$  עבור:

$$\text{(א)} \quad B = \{1, 3, 5, 7, 9\}, A = \{1, 2, 4, 5, 7, 8, 10\}$$

$$\text{(ב)} \quad B = \{2k - 1 \mid k \in N\}, A = \{2k \mid k \in N\}$$

$$\text{(ג)} \quad B = \{x \in R \mid 3 < x < 5\}, A = \{x \in R \mid 1 \leq x \leq 4\}$$

6. הוכח או הפרך על ידי דוגמא נגדית:

$$\forall A \forall B. P(A \cap B) = P(A) \cup P(B) \quad (\text{א})$$

$$\forall A. P(A) \subseteq P(P(A)) \quad (\text{ב})$$

$$\forall A. P(A) \cap A \neq \emptyset \quad (\text{ג})$$

$$\forall A. P(A) \cap A = \emptyset \quad (\text{ד})$$

7. הוכח או הפרך על ידי דוגמא נגדית:

$$\text{(א)} \quad 16 \in \{n \mid n \in N \wedge \exists k \in N. k^2 = n\}$$

$$\text{(ב)} \quad 0 \in \{x \mid \forall y. y \in \{x \mid \exists z \in N. x^2 = z\} \rightarrow y \geq x\}$$