

מתמטיקה בדידה - תרגיל מס' 4

1. הוכח או הפרך על ידי דוגמא נגדית:

$$\forall A \forall B. P(A \Delta B) = P(A) \cup P(B) \quad (\text{א})$$

$$\forall A \forall B. P(A - B) = P(A) - P(B) \quad (\text{ב})$$

2. (א) מצא סדרת קבוצות $A_0, A_1, \dots, A_i, A_{i+1}, \dots$ המקיימת לכל i :

$$(|A_i| = i) \wedge (A_i \subseteq A_{i+1}) \wedge (A_i \in A_{i+1})$$

(ב) מצא דוגמא לקבוצה A כך שבקבוצה $A \cap P(A)$ יש איבר אחד, שני איברים, שלושה איברים.

(ג) מצא דוגמא לקבוצה A כך ש- $|A| = 3 \wedge A \subseteq P(A)$

3. נתונות הקבוצות $A_i = \{-i, -i+1, \dots, i-1, i\}$ עבור $i = 1, 2, \dots, 100$. מצא את

$$\bigcap_{i=0}^{100} A_i, \bigcup_{i=0}^{100} A_i$$

4. חשב את הקבוצות $A \times B, B \times A, A \times B$ עבור $\{y \mid y = \pi_1(x) \wedge x \in A \times B\}$:

$$B = \{1, 2, \{3\}\}, A = \{\{1, 2\}, \{1\}, 2\} \quad (\text{א})$$

$$B = \emptyset, A = \{\{1\}, 2\} \quad (\text{ב})$$

5. הוכח או הפרך:

$$3 \in \bigcap (\{\{n\} \mid n \in \mathbb{N}\}) \quad (\text{א})$$

$$\frac{1}{2} \in \bigcap (\{\{x \in \mathbb{R} \mid \frac{1}{n} \leq x \leq 1 - \frac{1}{n}\} \mid n \in \{k \in \mathbb{N} \mid k \geq 2\}\}) \quad (\text{ב})$$

6. הוכח את התכונה העיקרית של זוגות סדורים:

$$\langle a, b \rangle = \langle c, d \rangle \Leftrightarrow (a = c) \wedge (b = d)$$

7. הוכח או הפרך על ידי דוגמא נגדית:

$$\forall A \forall B. A \times A = B \times B \Leftrightarrow A = B \quad (\text{א})$$

$$\forall A \forall B. A \times B = B \times A \Leftrightarrow (A = \emptyset) \vee (B = \emptyset) \vee (A = B) \quad (\text{ב})$$

$$\forall A \forall B \forall C \forall D. (A \cup B) \times (C \cup D) = (A \times C) \cup (B \times D) \quad (\text{ג})$$

$$\forall A_1, \dots, \forall A_n \forall B. \bigcup_{i=0}^n (A_i \times B) = \left(\bigcup_{i=0}^n A_i \right) \times B \quad (\text{ד})$$