

זהויות בינומיליות חשובות

זהות	תנאים	
$\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$	$k \leq n$	(1)
$\binom{x}{k} = \binom{x-1}{k} + \binom{x-1}{k-1}$	$k \geq 1$	(2)
$(a+b)^{\alpha} = \sum_{k=0}^{\alpha} \binom{\alpha}{k} a^{\alpha-k} b^k$	$\alpha \in \mathbb{N} \vee b/a < 1$	(3)
$\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} = 2^n$		(4)
$\sum_{k=0}^n (-1)^k \binom{n}{k} = 0$	$n \geq 1$	(5)
$\binom{n}{k} = (-1)^k \cdot s(n, k) = (-1)^k \cdot \binom{n+k-1}{k}$		(6)
$\binom{x}{n} \binom{n}{k} = \binom{x}{k} \binom{x-k}{n-k}$	$k \leq n$	(7)
$\sum_{k=0}^n \binom{x+k}{k} = \binom{x+n+1}{n}$		(8)
$\sum_{k=m}^n \binom{k}{m} = \sum_{k=0}^n \binom{k}{m} = \binom{n+1}{m+1}$	$m \leq n$	(9)
$\sum_{k=0}^n \binom{x}{k} \binom{n}{n-k} = \binom{x+n}{n}$		(10)

פנקציות יוצרות התכנסת היסודית

$\lambda n a_n$ יוצרת את $\lambda x.F(x)$

נניח:

$\lambda n b_n$ יוצרת את $\lambda x.G(x)$

אז:

$\lambda n a_n + \beta b_n$	יוצרת את	$\lambda x \alpha F(x) + \beta G(x)$	(1)
$\lambda n \cdot \begin{cases} 0 & n < m \\ a_{n-m} & n \geq m \end{cases}$	יוצרת את	$\lambda x x^m \cdot F(x)$	(2)
$\lambda n a_{n+m}$	יוצרת את	$\lambda x \frac{F(x) - a_0 - a_1 x - \dots - a_{m-1} x^{m-1}}{x^m}$	(3)
$\lambda n c^n a_n$	יוצרת את	$\lambda x F(cx)$	(4)
$\lambda n \cdot \begin{cases} a_n & n/m \\ 0 & \text{אחרת} \end{cases}$	יוצרת את	$\lambda x F(x^m)$	(5)
$\lambda n \sum_{k=0}^n a_k b_{n-k}$	יוצרת את	$\lambda x F(x) \cdot G(x)$	(6)
$\lambda n \sum_{k=0}^n a_k$	יוצרת את	$\lambda x \frac{F(x)}{1-x}$	(7)
$\lambda n(n+1) a_{n+1}$	יוצרת את	$\lambda x F'(x)$	(8)
$\lambda n n a_n$	יוצרת את	$\lambda x x \cdot F'(x)$	(9)
$\lambda n \cdot \begin{cases} 0 & n=0 \\ \frac{a_{n-1}}{n} & n>0 \end{cases}$	יוצרת את	$\lambda x \int_0^x F(t) dt$	(10)

פונקציה יוצרת רגולארית חשבונית

כתיבה בתלי פורמלית	סדרה נוצרת	פונקציה יוצרת	
$\langle 0,0,\dots,0,1,0,0,\dots \rangle$	$\lambda n. \begin{cases} 1 & n=m \\ 0 & n \neq m \end{cases}$	$\lambda x. x^m$	(1)
$\langle 1,1,1,1,\dots \rangle$	$\lambda n. 1$	$\lambda x. \frac{1}{1-x}$	(2)
$\langle 1,-1,1,-1,1,-1,\dots \rangle$	$\lambda n. (-1)^n$	$\lambda x. \frac{1}{1+x}$	(3)
$\langle 1,c,c^2,c^3,c^4,\dots \rangle$	$\lambda n. c^n$	$\lambda x. \frac{1}{1-cx}$	(4)
$\langle 1, \alpha, \binom{\alpha}{2}, \binom{\alpha}{3}, \binom{\alpha}{4}, \dots \rangle$	$\lambda n. \binom{\alpha}{n}$	$\lambda x. (1+x)^\alpha$	(5)
$\langle 1, \binom{\alpha}{1}, \binom{\alpha+1}{2}, \binom{\alpha+2}{3}, \dots \rangle$	$\lambda n. \binom{n+\alpha-1}{n}$	$\lambda x. \frac{1}{(1-x)^\alpha}$	(6)
$\langle 1, \binom{m+1}{m}, \binom{m+2}{m}, \binom{m+3}{m}, \dots \rangle$	$\lambda n. \binom{n+m}{m}$	$\lambda x. \frac{1}{(1-x)^{m+1}}$	(7)
$\langle 0,1,2,3,4,\dots \rangle$	$\lambda n. n$	$\lambda x. \frac{x}{(1-x)^2}$	(8)
$\langle 0,1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots \rangle$	$\lambda n. \begin{cases} 0 & n=0 \\ \frac{1}{n} & n>0 \end{cases}$	$\lambda x. -\ln(1-x)$	(9)
$\langle 1, \alpha, \frac{\alpha^2}{2!}, \frac{\alpha^3}{3!}, \frac{\alpha^4}{4!}, \dots \rangle$	$\lambda n. \frac{\alpha^n}{n!}$	$\lambda x. e^{\alpha x}$	(10)
$\langle 1, 0, \frac{\alpha^2}{2!}, 0, \frac{\alpha^4}{4!}, 0, \dots \rangle$	$\lambda n. \begin{cases} \frac{\alpha^n}{n!} & n \text{ זוגי} \\ 0 & n \text{ אי זוגי} \end{cases}$	$\lambda x. \cosh(\alpha x)$	(11)
$\langle 0, \alpha, 0, \frac{\alpha^3}{3!}, 0, \frac{\alpha^5}{5!}, \dots \rangle$	$\lambda n. \begin{cases} 0 & n \text{ זוגי} \\ \frac{\alpha^n}{n!} & n \text{ אי זוגי} \end{cases}$	$\lambda x. \sinh(\alpha x)$	(12)