

מתימטיקה בדידה - תרגיל מס' 2

1. הצרן את הטענות הבאות:

- (א) אם יש פילים על הירח אז פילים אילו הם ירוקים.
- (ב) הכרחי להיות חזק כדי להיות טייס.
- (ג) כל סוס באורווה שזגבו לבן הוא בעל כתם על המצח.
- (ד) סוסים עם זנב לבן אינם מחבבים סוסים עם כתם על המצח.
- (ה) לאף סוס באורווה אין זנב לבן.
- (ו) באורווה יש לכל היותר שני סוסים שחורים.
- (ז) דרך נקודה שמחוץ לישר נתון עובר מקביל יחיד לאותו ישר.
- (ח) במשולש שווה צלעות, כל הזוויות שוות זו לזו.

2. בלא שימוש בסימן השלילה הצג נוסח מוצרן חלופי ל-:

$$\neg[\exists x \in Q. \forall y \in Q. ((y^2 < 2 \rightarrow x > y) \wedge (\forall \epsilon > 0. \exists z \in Q. (z^2 < 2 \wedge z > x - \epsilon)))]$$

Q - קבוצת המספרים הרציונליים. האם זהו פסוק אמת?
אם כן - נמק בהרחבה. אם לא - תן דוגמא נגדית.

3. האם הפסוקים הבאים שקולים לוגית? נמק.

- $(\forall x P(x)) \wedge (\forall x Q(x)) \rightarrow \forall x (P(x) \wedge Q(x))$
- $(\exists x P(x)) \wedge (\exists x Q(x)) \rightarrow \exists x (P(x) \wedge Q(x))$
- $(\forall x P(x)) \vee (\forall x Q(x)) \rightarrow \forall x (P(x) \vee Q(x))$
- $(\exists x P(x)) \vee (\exists x Q(x)) \rightarrow \exists x (P(x) \vee Q(x))$

4. נסח בעברית את הטענות המוצגות על ידי הפסוקים הבאים. לגבי כל פסוק, קבע אם הוא אמת או שקר על ידי דוגמא נגדית או הסבר מדויק.

(א) $\forall a \forall b \forall c [((b \neq 0) \wedge (b^2 - 4ac \geq 0)) \rightarrow (\exists x. ax^2 + bx + c = 0)]$

(ב) $\exists x. [(x > 1) \rightarrow (\forall y. y > 100)]$

(ג) $(\exists x. x > 1) \rightarrow (\forall y. y > 100)$

(ד) $(\forall x \exists y. x = y + 1) \wedge (\forall y \exists x. y = x + 1)$

(ה) $\exists x \in R. [(\exists y \in R. x = (1 - y)^2) \wedge (\exists y \in R. x = -y^2)]$

(ו) $\forall \epsilon \in R. [(\epsilon > 0) \rightarrow (\exists n_0 \in N. (\forall n \in N. (n > n_0) \rightarrow (\frac{1}{n} < \epsilon)))]$

(ז) $\forall \epsilon \in R. [(\epsilon > 0) \rightarrow (\exists n_0 \in N. [\forall n \in N. ((n > n_0) \rightarrow (|\frac{1}{n} - 1| < \epsilon))])]$

5. בדקו האם המסקנה "יוסי יעזור למשה או שדני לא יעזור למשה" נובעת לוגית מההנחות הבאות: "יוסי יעזור למשה אם משה יבקש", "דני יעזור למשה אם משה יתחיל ללמוד", "משה יתחיל ללמוד".